Zur außerschulischen Förderung mathematisch interessierter Schülerinnen und Schüler in Thüringen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

vorgelegt dem Rat der Fakultät für Mathematik und Informatik der Friedrich-Schiller-Universität Jena

von Lucas Geitel
geboren am 05.12.1991 in Gera

Gutachter

1. Prof. Dr. Michael Fothe, Jena
2. Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Karl Josef Fuchs, Salzburg

Tag der öffentlichen Verteidigung: 08.06.2020

Danksagung

Ohne die Unterstützung zahlreicher Personen und Institutionen hätte die vorliegende Arbeit in dieser Form nicht realisiert werden können. Für die vielfältig erfahrene Hilfe möchte ich mich an dieser Stelle sehr herzlich bedanken.

Mein besonderer Dank gilt zunächst Prof. Dr. Michael Fothe für die Betreuung meiner Promotion sowie für beständigen Rat und Unterstützung. Für konstruktive Anregungen danke ich ebenso Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Karl Josef Fuchs, der meine Doktorarbeit als zweiter Gutachter betreut hat.

Dr. Matthias Müller danke ich für seine tatkräftige Unterstützung als Kollege und Leiter des Projektes Schülerforschungszentrum Mathematik mit digitalen Werkzeugen Jena. Des Weiteren bedanke ich mich bei allen Kolleginnen und Kollegen der Abteilung für Didaktik der Mathematik und Informatik der Friedrich-Schiller-Universität Jena für die anregende Arbeitsatmosphäre und die fruchtbaren Diskussionen.

Ich möchte mich bei der Stiftung für Technologie, Innovation und Forschung Thüringen und bei der Joachim Herz Stiftung für die Finanzierung meines Stipendiums bedanken, das diese Forschungsarbeit ermöglichte.

Dr. Dr. Christina Walther, der Geschäftsführerin des witelo e.V, danke ich für die Koordination der Schülerforscherclubs und die Bereitstellung von Technik und Material.

Den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums und der Schülerakademie Mathematik danke ich für ihr Engagement in den Fördermaßnahmen, die gute Zusammenarbeit und ihre Bereitschaft, sich beforschen zu lassen.

Ein großes Dankeschön geht auch an meine Familie und meine Freunde, die mich durch die Promotionszeit begleitet und mich bestärkt und unterstützt haben.

Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

KMK Kultusministerkonferenz

MINT Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik

SAM Schülerakademie Mathematik

SFZ Schülerforschungszentrum

1. Einleitung

> „Jeder Schüler hat das Recht, eine seiner Befähigung und Leistung entsprechende schulische Bildung und Förderung zu erhalten; außergewöhnliche Begabungen werden in besonderer Weise gefördert.“
> (§ 25 ThürSchulG)

Dieses Recht wird jeder Schülerin und jedem Schüler durch § 25 des Thüringer Schulgesetzes zugesprochen. Jeder soll in gleichem Maße die Chance bekommen, seine individuellen Fähigkeiten und Potenziale zu entfalten.

Gerade im Hinblick auf den verbreiteten Fachkräftemangel in den Bereichen Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik (MINT) ist die Bereitstellung adäquater Förderung unentbehrlich. Es existieren die vielfältigsten außerschulischen Förderangebote mit dem Ziel, Lernengagement von Kindern und Jugendlichen auch außerhalb der Schule zu unterstützen. Dabei entstehen immer wieder neue Maßnamen während sich andere über Jahrzehnte etabliert haben. Die vorliegende Arbeit soll zwei Fördermaßnahmen im Bereich Mathematik untersuchen, die mit jeweils thüringenweitem Einfluss zu den wichtigsten des Landes gehören.

Eine der angesprochenen Fördermaßnahmen ist das Schülerforschungszentrum, welches im Jahr 2014 zunächst nur in Erfurt entstand. Im Jahr 2016 wurde auch in anderen Thüringer Städten – Jena, Gera, Ilmenau, Nordhausen, Schmalkalden und Waltershausen – ein Schülerforschungszentrum aufgebaut. Aufgrund der Anbindung an den Hochschulstandort Jena soll ein Teil des Jenaer Schülerforschungszentrums im Fokus stehen, welcher sich Mathematik mit digitalen Werkzeugen zuwendet. Ziel dieser Arbeit sind eine Evaluation der ersten zwei Schuljahre sowie eine Charakterisierung des Schülerforschungszentrums, um es in das Spektrum bereits bestehender Förderangebote einordnen zu können. Dies soll hier durch einen Vergleich mit der etablierten Schülerakademie Mathematik geschehen.

Die Schülerakademie Mathematik wird seit über 50 Jahren von dem gemeinnützigen Verein Wurzel e. V. organisiert und ausgerichtet. Der Vergleich beider Maßnahmen soll anhand von ausgewählten Vergleichskriterien vollzogen werden. Jedes Kriterium erfordert eine andere methodische Vorgehensweise und bezieht sich auf einen anderen theoretischen Rahmen. Deshalb ist im Folgenden jedem Vergleichskriterium ein eigenes Kapitel gewidmet, welches sich jeweils in einen Theorie-, Methoden-, Ergebnis- und Auswertungsteil gliedert. Abschließend wird – alle Vergleichskriterien einbeziehend – ein Resümee gezogen.

In der vorliegenden Arbeit wird aufgrund der besseren Lesbarkeit häufig die männliche Bezeichnung verwendet. Gemeint sind dann stets alle Personen.

2. Mathematische Spitzenförderung in Thüringen

2.1. Adressierung mathematischer Förderung

Ausgangspunkt dieser Untersuchung ist die Auffassung, dass schulische Bildung allein nicht ausreicht, um das eingangs genannte, vom Thüringer Schulgesetz deklarierte Ziel individueller Förderung zu erreichen. Dieser Prämisse folgend gibt es drei Arten von Schülern: diejenigen, die durch die Schule überfordert werden, diejenigen, die unterfordert sind, und – eine stetige Verteilung kognitiver Dispositionen annehmend – nach dem Zwischenwertsatz auch diejenigen, die in adäquatem Maße herausgefordert werden. Für die erst- und zweitgenannte Gruppe ist eine entsprechende Förderung wichtig und notwendig. Es ist unvernünftig, nur für die Förderung einer von beiden Gruppen zu plädieren. Außerschulische Förderangebote leisten ihren Beitrag dazu, die Diskrepanz zwischen der eingangs genannten Idealvorstellung und dem, was das Schulsystem leisten kann, zu überwinden.

In der vorliegenden Arbeit soll es explizit um die außerschulische Förderung der unterforderten Schüler gehen. Der dabei verwendete Begriff der *Spitzenförderung* ist eine Art Kompromiss im Konflikt um die richtige Bezeichnung für die Thematik. Verschiedene Autoren und Institutionen haben verschiedene Ansichten, wer denn genau gefördert werden soll. Am häufigsten werden dabei die Förderung von (Hoch-)Begabten, die Förderung von Leistungsstarken und die Förderung von interessierten Schülerinnen und Schülern genannt. Somit ist zunächst eine theoretische Auseinandersetzung mit diesen Begriffen sowie eine Positionierung dazu notwendig.

Sowohl für den Begriff der Begabung als auch für den der Hochbegabung gibt es keine allgemein anerkannte Definition. Auch existieren keine eindeutigen Kriterien dafür, ab wann aus einer Begabung eine Hochbegabung wird. Seit Beginn der Hochbegabungsforschung unterlag das Modell von Hochbegabung einem ständigen Wandel (vgl. Schilling 2002). Im Folgenden soll ein Überblick über die verschiedenen existierenden Definitionsmöglichkeiten gegeben werden.

Eine vielzitierte Klassifikation geht auf Lucito (1964) zurück (zitiert nach Schilling 2002):

(a) Ex-post-facto oder Post-hoc Definition. Hochbegabt ist, wer Herausragendes leistet.

(b) IQ-Definition. Hochbegabt ist, wer einen bestimmten Mindestwert in einem Intelligenztest erreicht.

(c) Prozentsatzdefinition. Hochbegabt ist, wer zu einer Spitzengruppe (z.B. obere 5 %) im Kriterium oder in den Kriterien (z.B. Zensuren, Prüfungen, Schulleistungstest, etc.) gehört.

(d) Kreativitätsdefinition. Hochbegabt ist, wer über die Fähigkeit verfügt, Neues und Originelles zu schaffen.

In aktuelleren Veröffentlichungen werden Definitionen der Kategorie (a) auch als Performanzdefinitionen bezeichnet. Eine solche Definition zugrundelegend sind die Förderung von Begabten und die Förderung von Leistungsstarken, wie sie von der Kultusministerkonferenz (KMK) gefordert wird, äquivalent. Als Kontrast dazu unterscheiden viele Autoren die Kompetenzdefinition. Dabei wird Hochbegabung schon konstatiert, wenn allein das Potenzial besteht, große Leistungen zu vollbringen. Kompetenzdefinitionen sind mit dem Phänomen der sogenannten Underachiever verträglicher. Underachiever sind Personen, die trotz hoher Ergebnisse in Intelligenztests und der damit oft attestierten Hochbegabung im Schul- oder Berufsleben nur durchschnittliche oder sogar unterdurchschnittliche Leistungen zeigen.

Diese Diskrepanz kann durch fehlende Förderung der vorhandenen Potenziale entstehen. Im Hinblick auf Fördermaßnahmen sollte demnach von einer Kompetenzdefinition ausgegangen werden, um möglichst viele hochbegabte Kinder zu erfassen. Bei einer reinen Ausrichtung der Förderung auf Leistungsstärke würden Underachiever auf der Strecke bleiben.

Da dieses Potenzial nicht messbar ist, haben sich für diagnostische Zwecke die Definitionen bewährt, welche in (b) und (c) beschrieben werden. Im Wesentlichen ist die IQ-Definition in (c) enthalten. Zumindest gibt es in Deutschland die Konvention, dass die zwei Prozent der Bevölkerung mit den höchsten IQ-Werten, welche also um mehr als zwei Standardabweichungen vom Mittelwert abweichen, als hochbegabt gelten. Dies entspricht in etwa einem IQ-Wert von 130. Kreativitätsdefinitionen haben den entscheidenden Nachteil, dass der Begriff Kreativität ebenso unscharf definiert ist und eine empirische Überprüfung kaum ermöglicht.

Ebenso vielfältig wie die Begriffsdefinitionen fallen Hochbegabungsmodelle aus, mit denen dargestellt werden soll, welche Faktoren Einfluss auf die Herausbildung und Entwicklung von Hochbegabung haben. Eindimensionale Modelle gehen dabei von einem einzigen Faktor aus, welcher Hochbegabung bedingt. In vielen eindimensionalen Modellen ist dies die Intelligenz, der die ausschlaggebende Bedeutung zugeschrieben wird. In mehrdimensionalen Modellen ist die Intelligenz nur ein Faktor unter vielen. Diese anderen Faktoren sind zum Beispiel verschiedene Persönlichkeitsmerkmale oder Umweltfaktoren.

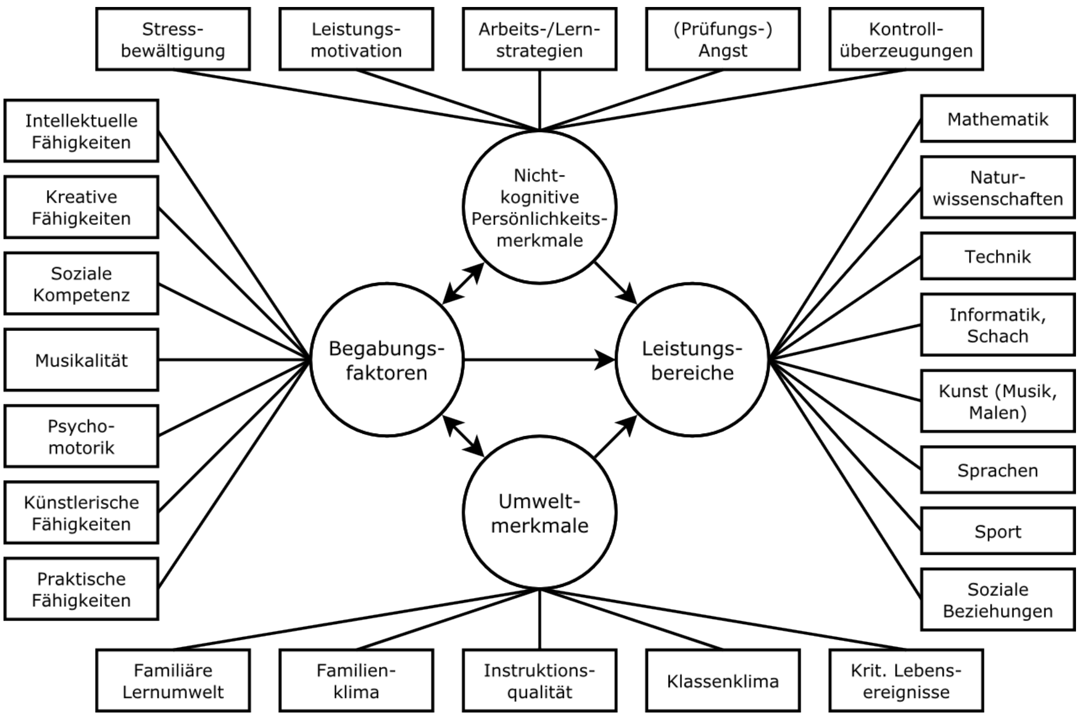


Abbildung 2.1.: Das Münchner Hochbegabungsmodell nach Heller (2001)

Im Folgenden soll kurz auf das multidimensionale Münchner Hochbegabungsmodell nach Heller eingegangen werden. Eine Darstellung des Modells ist in Abbildung 2.1 zu sehen. Das ursprüngliche Münchner Begabungsmodell, das von Heller (1990) entwickelt wurde, legt fünf Begabungsdimensionen zugrunde. Hochbegabung kann sich demnach in Intelligenz, Kreativität, sozialer Kompetenz, Musikalität und Psychomotorik äußern. Diese Dimensionen wurden von Heller (2001) um die beiden Faktoren *Künstlerische Fähigkeiten* und *Praktische Fähigkeiten* ergänzt. Diese Begabungsdimensionen werden auch als Prädiktoren bezeichnet. Schulische und außerschulische Leistungen können in verschiedenen Bereichen erbracht werden. In welchem Ausmaß sich aus den einzelnen Begabungsfaktoren spezifische Leistungen entwickeln, wird durch Moderatoren beeinflusst. Solche Moderatoren sind zum einen nicht-kognitive Persönlichkeitsmerkmale wie Motive, Interessen, Arbeits- und Lernstile. Zum anderen sind es die Sozialisationsbedingungen der familiären und schulischen Umwelt des Individuums. Leistung ist also die Summe von Prädiktoren und Moderatoren (vgl. Heller 1990).

Wird im Folgenden von Begabung gesprochen, so liegt diesem Begriff in Anlehnung an Heller ein Verständnis zugrunde, dem zufolge Begabung nicht mit Leistung gleichzusetzen ist. Jeder Leistung liegt zwar ein entsprechendes Potenzial zugrunde, aber nicht jedes Potenzial lässt sich in entsprechende Leistung umsetzen. Die Umsetzung von Potenzial in Leistung hängt dabei von zahlreichen Drittvariablen wie Interesse, Motivation oder Unterstützung ab.

Zusammenfassend soll nun die eingangs gestellte Frage beantwortet werden: Was sollte die Voraussetzung für Förderung sein? Begabung als Potenzial ist nicht messbar und kann diagnostisch nur im Sinne von Intelligenzdefinitionen mit einem IQ-Test erfasst werden. Die festgelegten Schwellenwerte für eine (Hoch-)Begabung sind jedoch willkürlich gewählt und Intelligenz als alleiniger Prädiktor für Begabung ist infrage zu stellen. Leistung ist gut erfassbar, doch können Potenziale nicht immer in Leistung verwandelt werden. Underachiever würden hier unberücksichtigt bleiben. Interesse ist ein wenig untersuchtes und wenig empirisch belegtes Konzept. In Kapitel 5.1.5 wird darauf näher eingegangen. Allerdings kann Interesse von den Schülern selbst diagnostiziert werden. Mit Interesse geht meist eine intrinsische Motivation und Leistungsbereitschaft einher und korreliert damit meist mit hohen schulischen Leistungen im entsprechenden Fachbereich. Die Konzepte der beiden untersuchten Maßnahmen dedizieren die Förderung explizit mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern. Es müssen für die Teilnahme weder ein Intelligenztest absolviert noch Schulnoten nachgewiesen werden.

2.2. Mathematische Förderangebote in Thüringen

Nun sollen mögliche Ansätze und Strategien zur mathematischen Spitzenförderung betrachtet werden. Außerdem soll ein Überblick über das Spektrum an außerschulischen Fördermaßnahmen und -projekten sowie Wettbewerben in Thüringen gegeben werden, um die beiden untersuchten Maßnahmen darin zu verorten.

2.2.1. Ansätze und Strategien

Am 11.06.2015 gab die KMK eine „Förderstrategie für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler“ heraus. Darin werden Maßnamen im Bereich der Diagnostik, der inner- und außerschulischen Förderung sowie der Weiterbildung von Lehrkräften beschrieben. Dabei werden grundsätzlich vier Strategien unterschieden: Enrichment, Akzeleration, Gruppierung und integrierte Förderung. Die folgenden Ausführungen sind an KMK (2015) angelehnt.

Enrichment
Der Enrichment-Ansatz sieht ein Angebot an zusätzlichen, extracurricularen Kursen vor, in denen das Wissen und die Kompetenzen in spezifischen Bereichen erweitert und intensiviert werden können. Dies kann in Arbeitsgemeinschaften an Schulen, Lernzirkeln, Wettbewerben oder Schülerakademien realisiert werden.

Akzeleration
Die Akzeleration sieht eine Beschleunigung des Bildungsweges vor, sodass hochbegabte Schüler die Schullaufbahn in kürzerer Zeit durchlaufen können. Sollten sich bereits im vorschulischen Bereich besondere Leistungspotenziale zeigen, kann ein vorzeitiges Einschulen für die Persönlichkeitsentwicklung von Vorteil

sein. In den Förderstrategien der KMK werden auch die Möglichkeit der Einrichtung einer flexiblen Einschulungsstufe und altersheterogene Klassen erwogen. Weiterhin vorstellbar ist die Teilnahme am Unterricht höherer Klassenstufen in einem oder mehreren Fächern. Allgemein üblich ist das Überspringen einer Klassenstufe. Nach § 49 Abs. 3 des Thüringer Schulgesetzes kann einem begabten und besonders leistungswilligen Schüler das Überspringen einer Klassenstufe gestattet werden, wenn seine Leistungen deutlich über die seiner Mitschüler hinausragen und seine Arbeitsweise erwarten lässt, dass er erfolgreich in der neuen Klassenstufe mitarbeiten kann.

Dabei ist jedoch zu beachten, dass durch das Überspringen einer Klassenstufe der Schüler aus seinem gewohnten sozialen Umfeld und aus Peer-Beziehungen herausgerissen wird. Der Begriff Peer steht für gleichaltrige Kinder und Jugendliche. Je nach Situation, der Beziehung zu den Peers und der emotional-sozialen Reife des Schülers kann dies einen positiven oder negativen Einfluss auf die Entwicklung sozialer Kompetenzen und die Umsetzung vorhandener Potenziale in tatsächliche Leistung haben. Wichtig ist deshalb, dass Schüler, Eltern und Lehrer hinter dieser Entscheidung stehen.

Gruppierung
Um leistungsstarke Kinder und Jugendliche ganzheitlich fördern zu können, gibt es nach § 4 Abs. 7 des Thüringer Schulgesetzes die Möglichkeit, dass Gymnasien Spezialklassen führen oder als Spezialschulen gestaltet sein können. Diese Strategie kombiniert Grundzüge einer Akzeleration mit denen einer Enrichment-Strategie. In solchen Spezialklassen bzw. -schulen können in einem an eine relativ homogene Lerngruppe angepassten Tempo an spezielle Lernvoraussetzungen angepasste Inhalte behandelt werden. In Thüringen gibt es drei Schulen, die diese Art der Förderung anbieten: das Carl-Zeiss-Gymnasium Jena als Spezialschule ab der 9. Klasse, das Albert-Schweitzer-Gymnasium Erfurt mit einem Spezialschulteil und die Goetheschule Ilmenau, welche mathematisch-naturwissenschaftliche Spezialklassen anbietet.

Integrierte Förderung
Ein Großteil der Schüler mit besonderem Leistungspotenzial besucht jedoch eine reguläre Schule und hat in einem heterogenen Klassengefüge Unterricht. Neben speziellen Enrichment- und Akzelerationsmaßnahmen gibt es auch die Mög-

lichkeit, im Unterrichtsgeschehen auf Schüler mit hohem Leistungpotenzial und besonderen Fähigkeiten einzugehen. Das Konzept der integrativen Förderung basiert auf einer Binnendifferenzierung des Unterrichts, die es leistungsstarken Schülern ermöglicht, sich mit entsprechend anspruchsvolleren Aufgabenstellungen und tiefgründigerem Fachwissen auseinanderzusetzen. Dies beinhaltet aber auch die Schaffung von Möglichkeiten zu selbstständigem und eigenverantwortlichem Lernen in offenen Unterrichtsformen, wie Projekt-, Frei- oder Stationenarbeit. Von essenzieller Bedeutung ist hier auch die Verwendung adäquater Aufgabenformate, welche die Problemlöse-Kompetenz, Kreativität, sowie forschendes und entdeckendes Lernen fördern. Die integrative Förderung setzt eine hohe methodische, aber auch eine hohe diagnostische Professionalität des Lehrers voraus (vgl. KMK 2015).

2.2.2. Wettbewerbe

Schülerwettbewerbe stellen eine Enrichment-Strategie dar, welche allerdings weniger im Sinne der Erweiterung des Expertenwissens zu verstehen ist, sondern vielmehr in der Erweiterung der Kompetenzen, Probleme zu lösen, eigenverantwortlich zu lernen und sich tiefergehend auf einen Sachverhalt oder ein Themengebiet zu konzentrieren und sich damit ausdauernd auseinanderzusetzen. Im Folgenden soll auf die beiden Wettbewerbe Mathematik-Olympiade und Jugend forscht eingegangen werden.

Mathematik-Olympiade

Der wohl älteste deutsche mathematische Schülerwettbewerb ist die Mathematik-Olympiade, welche in der DDR im Schuljahr 1961/62 zum ersten Mal stattfand. Mit jährlich mehr als 200.000 Teilnehmern ist er der größte bundesweite Mathematik-Wettbewerb noch vor dem Bundeswettbewerb Mathematik, auf den an dieser Stelle nicht eingegangen werden soll. Die Ziele der Mathematik-Olympiade sind zum einen Interesse und Begeisterung für das Fach Mathematik zu wecken bzw. zu vertiefen. Zum anderen wird sowohl der inner- als auch der außerunterrichtliche Aufbau von Wissen und Kompetenzen auf dem Gebiet der Mathematik und die Erziehung zu mathematischem Denken angestrebt. Es soll die wachsende Bedeutung der Mathematik für die Gestaltung der Gesellschaft aufgezeigt werden. Ein weiteres Ziel ist es, mathematisch begabte Schüler zu identifizieren, um eine systematische Förderung aufzubauen (vgl. Moldenhauer 2011a).

Die erste Stufe des Wettbewerbs findet auf der Schulebene statt. Dazu werden Aufgaben und Lösungen an die Ansprechpartner an den Schulen geschickt. Der Ablauf der Schulrunde gestaltet sich von Land zu Land und von Schule zu Schule unterschiedlich. So können die Aufgaben als Hausaufgaben aufgegeben werden und die Schüler geben diese bearbeitet an die Lehrkraft zurück. Die Ausrichtung einer klausurähnlichen Schulolympiade ist allerdings auch möglich. Die Aufgaben werden von den Lehrern korrigiert und die besten Schüler zur zweiten Stufe delegiert.

In der zweiten Stufe, der Regionalrunde, treten die besten Schüler aus den Schulamtsbereichen gegeneinander an. Die dritte Runde findet dann auf Landesebene statt. Dabei messen sich die Schüler, die in den Regionalwettbewerben die besten Ergebnisse erzielten. Die Gewinner der Landesrunde können in der vierten Runde gegen die besten Schüler aus ganz Deutschland antreten. Ab der dritten Runde werden die Olympiade-Aufgaben über zwei Tage verteilt bearbeitet (vgl. Moldenhauer 2011b).

Für die Internationale Mathematik-Olympiade treten etwa 130 Jugendliche in einem Auswahlwettbewerb um einen von sechs Plätzen in der deutschen Nationalmannschaft an. Die 130 Kandidaten zeichnen sich durch eine erfolgreiche Teilnahme an der Bundesrunde der Mathematik-Olympiade, am Bundeswettbewerb Mathematik oder durch einen Landessieg im Wettbewerb Jugend forscht im Bereich Mathematik aus (vgl. Moldenhauer 2011a).

Jugend forscht

Bei Jugend forscht liegt der Fokus auf der eigenverantwortlichen, tiefgründigen Auseinandersetzung mit einem Sachverhalt sowie dem forschenden und experimentellen Lernen. Zu den Zielen des Wettbewerbs ist in der Festschrift zum 50. Jubiläum Folgendes zu finden:

> „Durch forschendes Lernen können sich die Jugendlichen zudem schon frühzeitig mit dem Handwerkszeug des wissenschaftlichen Arbeitens vertraut machen und dadurch eine Methodenkompetenz erlangen,

> die zu den Kernqualifikationen der heutigen Wissensgesellschaft gehört. Darüber hinaus sind das eigenverantwortliche wie auch das fächerübergreifende Arbeiten bei Jugend forscht eine wichtige Orientierungshilfe für Schule und Unterricht“ (Stiftung Jugend forscht e. V. 2015, S. 99).

Dazu wählen die Schüler selbstständig ein Thema in einem der folgenden Bereiche: Arbeitswelt, Biologie, Chemie, Geo- und Raumwissenschaften, Mathematik/Informatik, Physik oder Technik, das in Form eines Projektes bearbeitet wird. Die Projekte werden häufig von Lehrern betreut und unterstützt. Neben Jugend forscht gibt es seit 1969 auch die Sparte Schüler experimentieren, mit der der Wettbewerb auch für Schüler unter 14 Jahren zugänglich gemacht wird.

Bei Jugend forscht und Schüler experimentieren treten die Schüler in drei Runden gegeneinander an. Zunächst stellen die Schüler ihre Projekte erstmalig in den Regionalwettbewerben vor. Eine Jury beurteilt und bewertet die Projekte. Die ersten Plätze aus den Regionalwettbewerben nehmen mit ihrem Projekt an den Landeswettbewerben teil. Die besten Teilnehmer des Landeswettbewerbs werden wiederum zur nächsten Runde, dem Bundeswettbewerb, zugelassen. Die besten fünf Projekte in jedem Fachbereich werden mit Geldpreisen ausgezeichnet. Daneben gibt es viele Sonderpreise, die von verschiedenen Partnern des Wettbewerbes bereitgestellt werden. Ungefähr 250 Partner unterstützen Jugend forscht mit jährlich ca. 10 Millionen Euro, darunter mittelständige Firmen, weltweit agierende Unternehmen sowie Hochschulen, Stiftungen, Verbände und Ministerien. Solche Sonderpreise können Geldpreise, Stipendien oder Forschungsaufenthalte, aber auch Zeitschriften-Abonnements sein (vgl. ebd.).

2.2.3. Juniorstudium

Neben dem Überspringen von Klassenstufen und einer vorzeitigen Einschulung ist als weitere Akzelerationsmöglichkeit eine vorzeitige Immatrikulation an einer Hochschule möglich. So bietet die Friedrich-Schiller-Universität Jena ein sogenanntes Junior-Studium an. Dieses richtet sich an Schüler ab der zehnten Klasse. Voraussetzung für die Aufnahme eines solchen Studiums ist die Empfehlung der Schulleitung. Der Schüler muss sich also durch Leistungen im Schulunterricht qualifizieren. Als Juniorstudent können Schüler an Lehrveranstaltungen teilnehmen, sich für Prüfungen anmelden und für bestandene Prüfungen entsprechende Leistungspunkte erwerben. Die im Juniorstudium erbrachten Leistungen können in einem späteren Studium anerkannt werden (vgl. Friedrich-Schiller-Universität Jena o.D.).

2.2.4. Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathematik

Das Schülerforschungszentrum und die Schülerakademie Mathematik verstehen sich als Enrichment-Angebote. Das Schülerforschungszentrum ist mit Niederlassungen in Jena, Erfurt, Gera, Nordhausen, Ilmenau, Schmalkalden und Waltershausen thüringenweit wirksam. Die Schülerakademie Mathematik erreicht mit Teilnehmenden aus ganz Thüringen eine vergleichbare Reichweite. Vor diesem Hintergrund erscheint ein Vergleich der beiden Fördermaßnahmen als angemessen. Auf die institutionellen Rahmenbedingungen wird in Kapitel 4 eingegangen.

3. Design der Untersuchung

3.1. Wahl der Vergleichskriterien

Für eine ganzheitliche Betrachtung aus mathematikdidaktischer Sicht wird das didaktische Dreieck herangezogen. Dieses beschreibt drei Dimensionen didaktischer Betrachtungen: die Lernenden, die Lehrenden und die Inhalte sowie die Beziehungen zwischen ihnen. In Abbildung 3.1 ist eine Interpretation des didaktischen Dreiecks zu sehen, in welchem das Förderkonzept der untersuchten Fördermaßnahmen integriert ist.

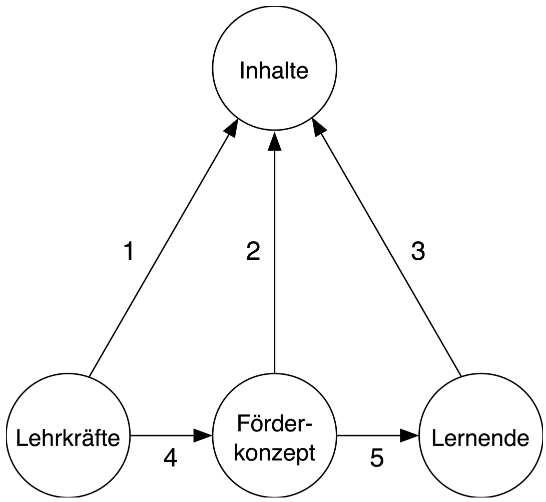


Abbildung 3.1.: Darstellung des erweiterten didaktischen Dreiecks

Das Konzept einer Fördermaßnahme bestimmt, welche Inhalte angeboten werden und auf welche Weise dies geschieht (2). Über diese methodische Ebene interagieren die Lehrkräfte der Fördermaßnahme mit den Schülern. Die Lehrkräfte haben bestimmte Ansichten, wie das Konzept der Maßnahme umzusetzen ist (4). Die Teilnahme am Förderprogramm hat im besten Fall einen Einfluss auf das Lern- und Leistungsverhalten der Lernenden (5). Sowohl Lehrende als auch

Lernende haben eine Einstellung gegenüber den in diesem Fall mathematischen Lerninhalten (1 und 3).

Für den Vergleich von Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathematik wurde ein Katalog von Vergleichskriterien erstellt, deren Auswahl an die oben beschriebenen Zusammenhänge im didaktischen Dreieck angelehnt ist. Verschiedene Vergleichskriterien erfordern dabei auch verschiedene methodische Zugänge. Um differenziert auf die Forschungsfrage eingehen zu können, wurde ein Mixed-Method-Design gewählt. Dabei kamen sowohl quantitative als auch qualitative Methoden zum Einsatz.

Vergleichskriterium 1: Institutioneller Rahmen

Der Ursprung aller Überlegungen zu möglichen Unterschieden und Gemeinsamkeiten zwischen den betrachteten Maßnahmen in nachfolgenden Kriterien ist deren zugrundeliegendes Konzept. Dazu zählen unter anderem die Form der Organisation, die Dauer und Regelmäßigkeit der Maßnahmen sowie deren Ziele und Inhalte.

Vergleichskriterium 2: Persönlichkeitsmerkmale

Das Lern- und Leistungsverhalten von Schülern wird von einer Vielzahl an Faktoren beeinflusst. Das Erwartungs-Wert-Modell aus der pädagogischen Psychologie versucht, diese zu strukturieren und zueinander in Beziehung zu setzen. Eine Erläuterung des Modells ist in Kapitel 5.1.1 zu finden. Wichtige Komponenten des Modells und damit wichtige Faktoren für das Lern- und Leistungsverhalten sind Attributionsmuster, das Selbstkonzept, die Selbstwirksamkeit und das Interesse. Diese Merkmale sind nicht stabil, damit durch Interventionen beeinflussbar und können mit Hilfe eines Fragebogens gut erfasst werden.

Vergleichskriterium 3: Bild von Mathematik

Ein allgemeines Ziel mathematischer Fördermaßnahmen ist es, ein positives Bild von Mathematik zu vermitteln. Doch sind positiv und negativ nur Ausprägungen einer von vielen Dimensionen mathematischer Weltbilder. Das Forschungsfeld der sogenannten Beliefs ist groß und es herrscht allgemeiner Konsens darüber, dass das Bild von Mathematik sowohl von Lehrenden als auch von Lernenden einen wesentlichen Einfluss auf das Lernen haben. Es ist demnach naheliegend, das mathematische Weltbild der in den Maßnahmen tätigen Lehrkräfte und das der Teilnehmer zu untersuchen. Außerdem soll analysiert werden, wie gut die Lehrkräfte ihr Bild von Mathematik mit ihrem Verständnis des Maßnahmenkonzeptes in der Arbeit mit den Lernenden umsetzen können.

3.2. Kontrollgruppenproblematik

Um den Effekt von Interventionen zu untersuchen, ist es gute wissenschaftliche Praxis, eine geeignete Kontrollgruppe auszuwählen. Um sicherzustellen, dass Unterschiede in der Ausprägung untersuchter Merkmale auf die Teilnahme an der Intervention zurückzuführen sind und äußere Einflüsse als Ursache ausgeschlossen werden können, müsste sich eine Kontrollgruppe von der Untersuchungsgruppe nur durch die Nicht-Teilnahme an der Intervention unterscheiden. Beide Populationen sollten außerdem die gleichen Voraussetzungen mitbringen.

Bezogen auf die Untersuchung würde das allerdings bedeuten, mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern der Kontrollgruppe bewusst den Zugang zu entsprechender Förderung zu verwehren. Eine andere Möglichkeit, gleiche Voraussetzungen zu schaffen, ist die randomisierte Zuweisung von Schülern zu Untersuchungs- und Kontrollgruppe. Dabei ergibt sich jedoch neben obigem Missstand noch das Problem, Schüler gegen ihren Willen zur Teilnahme an den Förderprogrammen zu zwingen. Beide Varianten sind inadäquat, pädagogisch fragwürdig und widersprechen den Philosophien der beiden untersuchten Fördermaßnahmen.

Für die vorliegende Untersuchung wird deshalb wie folgt vorgegangen. Es wird angenommen, dass beide Untersuchungsgruppen denselben äußeren Einflüssen ausgesetzt sind und sich nur in der Teilnahme am Schülerforschungszentrum oder der Schülerakademie Mathematik unterscheiden und damit feststellbare Unterschiede in den ausgewählten Vergleichskriterien auf die Teilnahme an der entsprechenden Maßnahme zurückzuführen sind. Die beiden Untersuchungsgruppen fungieren damit als gegenseitige Kontrollgruppen. Einem Prä-Post-Test-Design folgend, wurden deshalb bereits zu Beginn der Intervention auftretende Unterschiede festgehalten, damit spätere Unterschiede nicht fälschlicherweise auf die Interventionen zurückgeführt werden.

3.3. Praxisforschung

Durch die Beteiligung des Autors in beiden Fördermaßnahmen ist eine Betrachtung der Problematik Aktionsforschung/Praxisforschung unumgänglich. Das Konzept der Aktionsforschung geht auf Kurt Lewin zurück, der in den 1940er Jahren Praxis und Wissenschaft enger miteinander verknüpfen wollte, um praxisrelevante Lösungen für gesellschaftliche Probleme zu finden (vgl. Unge et al. 2007).
Lewin beschreibt es wie folgt:

> “The research needed for social practice can best be characterized as research for social management or social engineering. It is a type of action-research, a comparative research on the conditions and effects of various forms of social action, and research leading to social action. Research that produces nothing but books will not suffice.” (Lewin nach (ebd., S. 11))

Die klassische Aktionsforschung war in den 1970er Jahren in den Sozialwissenschaften populär, allerdings auch umstritten. So wurde der Aktionsforschung unter anderem vorgeworfen, durch die übertriebene Praxisfokussierung ihre Wissenschaftlichkeit zu verlieren und, da die angestrebten gesellschaftlichen Veränderungen meist politisch motiviert waren, zu einem Intrument der „politisch-pädagogischen Manipulation“ (Lukesch & Zecha zitiert nach Unge et al. (ebd.)) zu werden. Auf den Diskurs, der zum teilweisen Niedergang der Aktionsforschung führte, soll an dieser Stelle allerdings nicht weiter eingegangen werden. In Fachbereichen wie der Erziehungswissenschaft, der Psychologie, den Fachdidaktiken und anderen, in denen zum Beispiel die Wirksamkeit von Interventionen untersucht wird, hat der Grundgedanke der Aktionsforschung überlebt – meist unter neuem Namen und mit Abgrenzung zur klassischen Aktionsforschung (vgl. ebd.).

Weit verbreitet ist heute der Begriff der Praxisforschung, wie er auch bei Moser (1995) zu finden ist. Dieser grenzt Praxisforschung dadurch von der klassischen Aktionsforschung ab, dass die Praxisforschung „sich nicht auf die Funktion einer mehr oder weniger systematischen Praxisreflexion reduzieren lassen will.“ (ebd., S. 70)

In der vorliegenden Untersuchung sind die untersuchten Lehrkräfte und Teilnehmer nicht am Forschungsprozess beteiligt, womit die Forschungsarbeit keine Aktionsforschung im klassischen Sinne darstellt. Doch selbst wenn eine andere Bezeichnung gewählt wird, besteht immer noch die Problematik, dass durch die Beteiligung des Autors in beiden Fördermaßnahmen die Untersuchungsobjekte – die Teilnehmer – direkt beeinflusst werden.

Der Kritik der fehlenden Distanz zum Forschungsgegenstand, der zu starken Beeinflussung der Untersuchungsobjekte und der eventuellen Diskrepanz bei der Umsetzung von Maßnahmenkonzepten in Handlungen, kann entgegengehalten werden, dass in jeder der Fördermaßnahmen weitere Lehrkräfte arbeiten und die Maßnahmen ganzheitlich untersucht werden. Auch wird beiden Maßnahmen ein gleiches Maß an Engagement erwiesen. Das Problem der Umsetzung von Forschungskonzepten in konkrete Handlungen wird damit zum allgemeinen Problem wie ein Konzept (hier das der jeweiligen Maßnahme) auch von anderen Lehrkräften in Handlungen umgesetzt wird. Hinsichtlich der Auswertung der Ergebnisse muss eine eventuell vorhandene Erwartungshaltung sowie die Generalisierbarkeit auf eine theoretische Ebene außerhalb der untersuchten Maßnahmen kritisch reflektiert werden.

4. Institutioneller Rahmen

In diesem Kapitel sollen die beiden Maßnahmen Schülerakademie Mathematik und Schülerforschungszentrum näher beleuchtet werden. Dabei wird zunächst auf organisatorische Aspekte eingegangen. Anschließend werden die Ziele der Maßnahmen dargelegt und exemplarisch dargestellt, mit welchen Inhalten diese Ziele verfolgt werden.

4.1. Schülerforschungszentrum

4.1.1. Organisationsstruktur

In Erfurt wurde 2014 ein Schülerforschungszentrum mit dem Ziel gegründet, mathematisch-naturwissenschaftlich interessierte Schülerinnen und Schüler in ihrem Interesse zu fördern. Dieses ist am Albert-Schweitzer-Gymnasium Erfurt angesiedelt. Im Jahr 2016 wurden in den Thüringer Städten Jena, Gera, Ilmenau, Nordhausen, Schmalkalden und Waltershausen weitere Schülerforschungszentren eingerichtet. Im Sinne einer ganzheitlichen MINT-Bildung untergliedert sich das Schülerforschungszentrum Jena in verschiedene Fachbereiche. In Abbildung 4.1 ist die Struktur des Schülerforschungszentrums Jena schematisch dargestellt. Neben zentralen Angeboten an den Standorten Imaginata und Friedrich-Schiller-Universität finden dezentrale Angebote an Schulen in Form von Arbeitsgemeinschaften unter dem Titel „Schülerforscherclub“ statt. Wenn im Folgenden die Bezeichnung Schülerforschungszentrum gebraucht wird, so ist damit der Teilbereich Mathematik mit digitalen Werkzeugen gemeint.

Zwei populäre Begriffe, die im Kontext der Klassifikation von Fördermaßnahmen auftreten, sind das Schülerlabor und das Lehr-Lern-Labor. Auf beide Konzepte soll im Folgenden eingegangen und überprüft werden, inwiefern diese auf das Schülerforschungszentrum zutreffen. Schülerlabore werden nach Dähnhardt

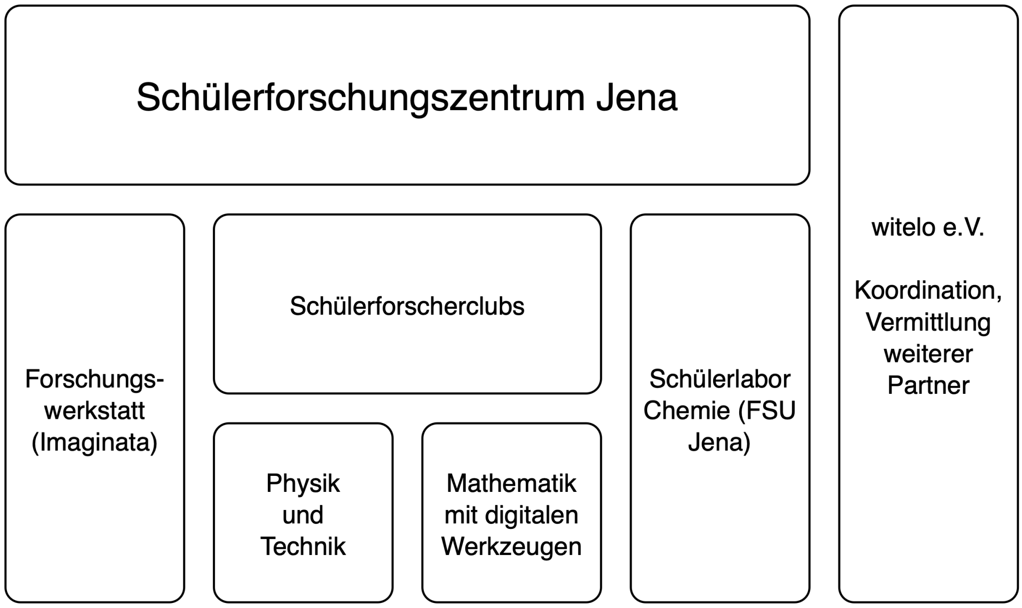


Abbildung 4.1.: Struktur des Schülerforschungszentrums (SFZ) Jena

et al. (2009) durch folgende Ziele und Prinzipien charakterisiert:
Ziele:

- Förderung von Interessen und Aufgeschlossenheit von Kindern und Jugendlichen für Naturwissenschaften und Technik.
- Vermittlung eines zeitgemäßen Bildes dieser Fächer und ihrer Bedeutung für unsere Gesellschaft und deren Entwicklung.
- Ermöglichen von Einblicken in Tätigkeitsfelder und Berufsbilder in naturwissenschaftlichen und technischen Bereichen.

Prinzipien:

- Auf eigenen Erfahrungen basierende Zugänge sollen Prozesse der Forschung und Entwicklung verständlich machen. Dabei spielen Experimente, praktische Aktivitäten und projektartige Arbeitsformen eine zentrale Rolle.
- Das Lernumfeld soll zur aktiven Auseinandersetzung mit möglichst lebensweltbezogenen, authentischen Problemen aus Forschung und Entwicklung anregen.

- In der an Aufgaben orientierten Arbeitsweise sollen unerkannte individuelle Stärken zutage treten mit dem Ziel, fachliche und überfachliche Kompetenzen gleichermaßen zu fördern.

- Persönliche Kontakte mit Mitarbeitern aus Forschung und Entwicklung sowie die Erfahrung möglicher Rollenmodelle [...] vermitteln Informationen aus erster Hand und helfen bei der Rollen- und Berufsorientierung.

Das Schülerforschungszentrum Mathematik mit digitalen Werkzeugen stellt somit ein Schülerlabor im Sinne von Dähnhardt et al. dar. Im Gegensatz zur Mehrheit der Schülerlabore, die einmalige Veranstaltungen für ganze Klassenverbände anbieten, verfolgt das Schülerforschungszentrum Mathematik mit digitalen Werkzeugen durch wöchentliche Angebote über das ganze Schuljahr hinweg einen Ansatz der Regelmäßigkeit.

Der Begriff Lehr-Lern-Labor wird weiter gefasst als der des Schülerlabors. Lengnink & Roth (2016) beschreiben insbesondere *Lehr-Lern-Labore Mathematik* als Schülerlabore, die zum einen eng mit der Hochschullehre im Bereich der Mathematikdidaktik verknüpft sind und Lehramtsstudierenden mit dem Fach Mathematik eine theorie- und forschungsbasierte sowie praxisnahe Ausbildung ermöglichen. Zum anderen heben Lengnink & Roth auch die Funktion als Forschungsumgebung für fachdidaktische und bildungswissenschaftliche Forschung hervor. Mit der vorliegenden Untersuchung als erstem Begleitforschungsprojekt wird das letztere Kriterium bereits erfüllt. Allerdings gibt es im Moment keine Verankerung des Schülerforschungszentrums Mathematik mit digitalen Werkzeugen in der mathematikdidaktischen Lehre der Friedrich-Schiller-Universität Jena.

4.1.2. Ziele

Hauptanliegen bei der Gründung des Schülerforschungszentrums war es, mathematisch-naturwissenschaftlich interessierten Schülerinnen und Schülern einen Ort zu bieten, an dem sie eigenverantwortlich und selbstständig an selbst gewählten Fragestellungen und Projekten arbeiten können. Eine explizite Angabe der Ziele findet sich auf der Webseite der Initiative Jungforscher Thüringen der Stiftung für Technologie, Innovation und Forschung Thüringen.

> „Ziel ist es, bei Kindern und Jugendlichen das Interesse und ein grundlegendes Verständnis für Naturwissenschaften und Technik zu fördern.
>
> Dies geschieht sowohl durch angeleitete Experimente als auch durch die eigenständige Auseinandersetzung mit selbstgewählten Fragestellungen. Die Schülerforschungszentren in Thüringen unterstützen die Teilnahme an Wettbewerben wie Physikolympiade oder Jugend forscht durch die Betreuung von Wettbewerbsbeiträgen bzw. die Vermittlung von außerschulischen Betreuern.
>
> Damit erhalten alle Kinder und Jugendliche – unabhängig von der Schulart – in nächster Nähe zum Schul- bzw. Wohnort die Möglichkeit, ihrer Freude am Entdecken und Forschen nachzugehen.“ („Schülerforschungszentren Thüringen“, o.D.)

In der Beschreibung werden die Begriffe Entdecken und Forschen verwendet, weshalb es notwendig ist, sich mit entdeckendem und forschendem Lernen auf theoretischer Ebene auseinanderzusetzen. Die beiden Begriffe forschendes Lernen und entdeckendes Lernen werden oft in einem Atemzug – teilweise auch als forschend-entdeckendes Lernen – genannt. Allerdings existieren zu beiden Begriffen unterschiedliche Auffassungen, Konzepte und Definitionen. Daher ist es für die wissenschaftliche und inhaltliche Arbeit im Schülerforschungszentrum notwendig, sich zu diesen Begriffen zu positionieren.

Für Huber (2014) zeichnet sich forschendes Lernen dadurch aus, dass die Lernenden in ihrem Handeln alle Phasen des Forschungszyklus durchlaufen – „die Entwicklung der Fragen und Hypothesen über die Wahl und Ausführung der Methoden bis zur Prüfung und Darstellung der Ergebnisse in selbstständiger Arbeit oder in aktiver Mitarbeit in einem übergreifenden Projekt“ (ebd., S. 35) – und dabei Erkenntnisse gewinnen, die nicht nur für den Lernenden neu, sondern auch für Dritte interessant sind. In Abbildung 4.2 ist eine Darstellung der Phasen des zyklischen Forschungsprozesses nach Huber zu finden. Viele Modelle anderer Autoren sind an dieses angelehnt und stellen forschendes Lernen als zyklischen Prozess dar.

Für den Einsatz forschenden Lernens im Schulunterricht und anderen Lehr-Lern-Situationen stellt sich die Frage, wie relevant der Anspruch an die Neuheit

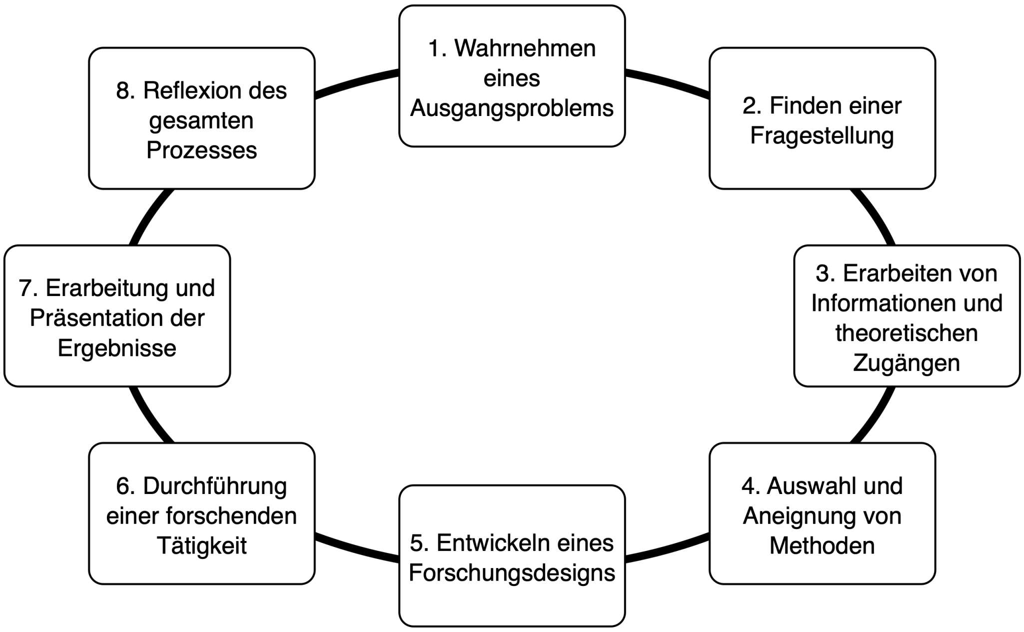


Abbildung 4.2.: Zyklisches Modell des forschenden Lernens nach Huber (2014)

des Wissens ist. Die Genese objektiv neuen Wissens ist ein wünschenswertes Ziel des forschenden Lernens im Schülerforschungszentrum. Allerdings ist es für das Vollziehen und Verstehen des Forschungsprozesses und die Aneignung prozeduralen Wissens über die Durchführung forschender Tätigkeiten ausreichend, dass die gewonnenen Erkenntnisse für die Lernenden subjektiv neu sind.

Daher soll als theoretische Grundlage für diese Untersuchung und die konkrete Arbeit in der Maßnahme eine Definition von Roth & Weigand (2014) dienen. Diese charakterisieren forschendes Lernen als „selbsttätige, zielgerichtete Auseinandersetzung mit einem neuen Sachverhalt oder Problem“, deren Ziel es ist, dass die Schülerinnen und Schüler selbstständig etwas für sie Neues entdecken, reflektieren und die erarbeiteten Ergebnisse geeignet darstellen. Ihr Modell, in dem forschendes Lernen nicht kontinuierlich im Kreis verläuft, sondern es mehrere Rückkopplungen gibt, ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Roth & Weigand sprechen dabei auch die Notwendigkeit von Forschungsangeboten und Lernanreizen an. Darauf wird im späteren Verlauf des Kapitels genauer eingegangen.

Während die Rolle des forschenden Lernens – trotz divergenten Auffassungen – mehrheitlich als didaktisches Prinzip verstanden wird, besitzt das entdecken-

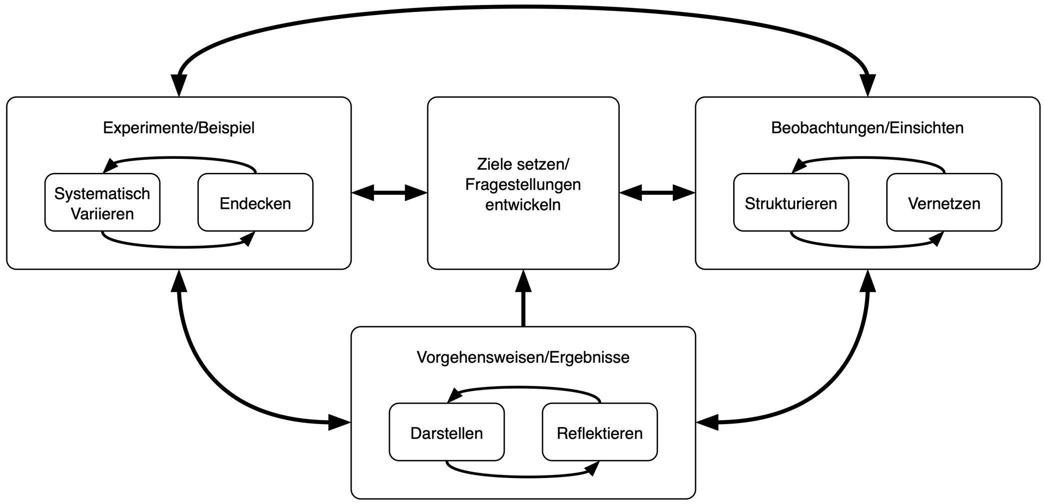


Abbildung 4.3.: Modell des forschenden Lernens aus Roth & Weigand (2014)

de Lernen mehrere Bedeutungen. Bei der gemeinsamen Verwendung mit dem Begriff des forschenden Lernens – insbesondere im Hinblick auf die Zusammenhänge zwischen beidem – ist eine gewisse Sorgfalt notwendig.

Der Ausdruck entdeckendes Lernen wird zum einen im kognitionspsychologischen Sinne für das *Entdecken* als Lernprozess verwendet. Damit ist das Generieren von Wissen oder Erkenntnissen durch den produktiven Einsatz bereits erworbener Kenntnisse gemeint (vgl. Neber 1981). Diese Art des Lernens ist eng mit dem erfahrungsbasierten Lernen nach Dewey (1951) verknüpft. Lernen erfolgt dabei durch aktive Auseinandersetzung mit einem Lerngegenstand oder Sachverhalt und durch reflexive Auseinandersetzung mit den Erfahrungen, die an diesem gemacht werden.

Zum anderen steht entdeckendes Lernen als *entdecken lassen* auch für ein didaktisches Prinzip zur Gestaltung von Lehr-Lern-Situationen, das sich dadurch auszeichnet, den Lernenden aktive Erfahrungen mit Lerngegenständen zu ermöglichen. Linke & Lutz-Westphal (2018) sehen den Unterschied zum forschenden Lernen darin, dass das Lernziel beim entdeckenden Lernen vom Lehrer vorgegeben ist und beim forschenden Lernen vom Lernenden selbst durch die Wahl der Forschungsfrage bestimmt wird.

Winter definiert entdeckendes Lernen wie folgt:

> „'Entdeckendes Lernen' ist weniger die Beschreibung einer Sorte von beobachtbaren Lernvorgängen (wenn so etwas überhaupt möglich ist), sondern ein theoretisches Konstrukt, die Idee nämlich, dass Wissenserwerb, Erkenntnisfortschritt und die Ertüchtigung in Problemlösefähigkeiten nicht schon durch Information von außen geschieht, sondern durch eigenes aktives Handeln unter Rekurs auf die schon vorhandene kognitive Struktur, allerdings in der Regel angeregt und somit erst ermöglicht durch äußere Impulse." (Winter 2016, S. 3)

Für beide Bedeutungen des entdeckendes Lernens soll nun betrachtet werden, ob es Zusammenhänge zum forschenden Lernen gibt, die eine Verschmelzung zum Begriff forschend-entdeckendes Lernen legitimieren würden. Entdeckendes Lernen kann einerseits als kognitiver Lernprozess in verschiedenen Phasen des forschenden Lernens passieren. Andererseits kann entdeckendes Lernen als didaktisches Prinzip – obwohl vom forschenden Lernen abzugrenzen – als Wegbereiter für das forschende Lernen dienen, da es zum Finden von Fragestellungen beitragen kann, was für forschende Tätigkeiten essentiell ist.

4.1.3. Inhalte

Für die inhaltliche Arbeit im Schülerforschungszentrum geht es nun in Anlehnung an Winter um die Entwicklung von Impulsen und Anregungen, die die Teilnehmenden *entdecken lassen*, d. h. sie dazu bringen, sich aktiv – enaktiv oder kognitiv – mit einem Sachverhalt auseinanderzusetzen. Erkenntnisse, die daraus gewonnen werden, sind Wegbereiter für eigene Fragestellungen und können forschendes Lernen anregen. Das Vorgehen, gelenktes entdeckendes Lernen als Initiator für forschendes Lernen einzusetzen, ist mit beiden vorgestellten Modellen verträglich. Bevor es im nächsten Abschnitt um konzipierte und durchgeführte Inhalte geht, sind an dieser Stelle noch zwei beachtenswerte Aussagen angebracht:

> „Das bedeutet natürlich nicht, dass ein entsprechendes Angebot von Erfahrungsmöglichkeiten automatisch auch immer Erfahrungswirklichkeiten in allen Schülern hervorriefe." (ebd., S. 2)

> „[. . .] letztlich gibt es keine Möglichkeit, Verstehen (weder in sich selbst noch in anderen) von außen zu erzwingen.“ (Winter 2016, S. 2)

Mit der Konzipierung von inhaltlichen Bausteinen beschäftigte sich Lisa Breitsprecher in ihrer Abschlussarbeit im Jahr 2018. Die wissenschaftliche Hausarbeit von Frau Breitsprecher wurde von Matthias Müller und dem Autor begutachtet. Zehn der entstandenen mathematischen Experimente zur Anregung entdeckenden und anschließend forschenden Lernens wurden für eine Veröffentlichung unter dem Titel Schülerforscherguide aufbereitet. An dieser Stelle soll exemplarisch auf ein mathematisches Experiment näher eingegangen werden. Das nachfolgende Beispiel zu Berechnungen am Tetraeder wird ausführlich in der wissenschaftlichen Hausarbeit von Lisa Breitsprecher dargestellt.

„Rund herum!“

Als haptisches Material liegen zwei Rhomben vor, die sich aus jeweils zwei gleichseitigen Dreiecken zusammensetzen und an der kürzeren Diagonale in eine Richtung faltbar sind. Ein Rhombus wird mit der Talfalte nach oben gelegt. Auf diesen wird der zweite um 90° gedreht und mit der Bergfalte nach oben gelegt. Werden die Rhomben nun mit Hilfe eines Gummis unter Spannung gesetzt, entsteht ein Tetraeder. An dieser Stelle kann bereits eine erste Hypothese aufgestellt werden, welcher Körper wohl entsteht, wenn der Spannung nachgegeben wird. Das Gummiband spannt sich dabei über jede Seite des Tetraeders und verläuft annähernd über die Seitenmitten. Daran schließt sich die Frage an, auf welche Länge sich das Gummiband gedehnt hat. Auch hier kann zunächst eine Hypothese aufgestellt werden, die es zu überprüfen gilt. Eine Möglichkeit ist eine Annäherung durch das Abmessen mit einem Lineal. Ziel ist jedoch das Aufstellen eines mathematischen Modells.

Ein erstes Modell kann daraus bestehen, die Seitenflächen des Tetraeders einzeln zu betrachten und von der enaktiven auf die ikonische Ebene zu wechseln. Die Seitenfläche wird zu einem gleichseitigen Dreieck in der Ebene und das Gummiband zu einer Transversalen. Aus den Beobachtungen abgeleitet, kann die Annahme getroffen werden, dass diese Transversale parallel zu einer der Seiten des gleichseitigen Dreiecks ist und die beiden anderen jeweils in den Seitenmitten schneidet (da das Gummiband in etwa über die Mittelpunkte der Kanten verläuft). Auf das Modell lassen sich nun mathematische Sätze und Zusammenhänge wie der Strahlensatz anwenden, um zu einem Ergebnis für die Länge des Bandes zu kommen.

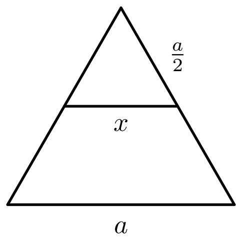


Abbildung 4.4.: Modell in der zweidimensionalen euklidischen Ebene

Wenn nicht schon von selbst geschehen, sollten Schüler hier auf die in vielen Bereichen der Mathematik wichtige Frage nach der Optimalität der Lösung hingewiesen werden: Ist der Weg über die Seitenmitten der kürzeste Weg? Wird der Weg kürzer oder länger, wenn das Band nicht durch die Seitenmitten verläuft?

In diesem Fall gibt es Tetraederflächen, die sich im Verlauf des Bandes unterscheiden und es reicht nicht aus, eine Seitenfläche stellvertretend für alle anderen zu untersuchen. Eine Möglichkeit, alle Seitenflächen in ein zweidimensionales Modell einzubinden, ist die des Körpernetzes. Dabei tragen die beiden möglichen Körpernetze unterschiedlich gut zur Lösungsfindung bei.

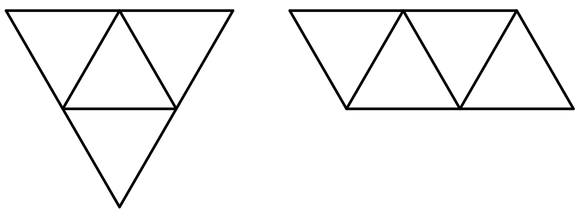


Abbildung 4.5.: Die zwei möglichen Tetraedernetze

Bei der Wahl des rechts dargestellten Körpernetzes ist schnell erkennbar, dass das Band immer parallel zur Seite des entstandenen Parallelogramms verläuft und somit die doppelte Länge der Tetraederkanten besitzt. Auch eine formale Herangehensweise in Richtung Beweis mit Hilfe des Strahlensatzes ist möglich.

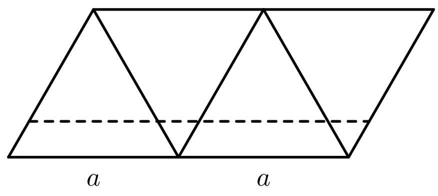


Abbildung 4.6.: Erweitertes Modell

Allerdings ist das Anliegen des Schülerforschungszentrums Mathematik mit digitalen Werkzeugen nicht nur das Entdecken auf der Ebene mathematischer Inhalte, sondern auch auf der Ebene digitaler Werkzeuge (vgl. Geitel 2018). Dabei erfordert es allerdings mehr als nur die Bereitstellung digitaler Werkzeuge. „[...] [D]er zentrale Aspekt für das Lehren und Lernen ist und bleibt [...] die theoretisch im Hinblick auf die Ziele des Unterrichts reflektierte Konstruktion von Lernumgebungen." (Weigand 2018, S. 12) Weigand meint hier Lernumgebungen, in denen digitale Werkzeuge zu einer kognitiven Aktivierung der Schülerinnen und Schüler führen. Mit den Worten des amerikanischen Mathematikers und Erziehungswissenschaftlers Seymour Papert: Das Kind soll den Computer programmieren und nicht der Computer das Kind (vgl. Papert 1985).

Eine Bestrebung des Schülerforschungszentrums ist es, dass auf der Werkzeugebene durch ein Trial-and-Error-Vorgehen während der Nutzbarmachung digitaler Medien als Werkzeug und der instrumentellen Genese das Entdecken an sich gelernt wird. Für die praktische Arbeit wurde unter anderem auf das Lego-Mindstorms-System zurückgegriffen. Dies geschah in Anhlehnung an Papert, welcher mit seinen erkenntnistheoretischen Überzeugungen und der Programmiersprache LOGO den Grundstein für das Lego-Mindstorms-System gelegt hat. Papert postulierte eine in der Gesellschaft verbreitete „Mathematikphobie" – eine geistige Blockade, wenn etwas gelernt oder sich mit etwas befasst werden soll, das als Mathematik erkannt wurde. Eine aktive Auseinandersetzung mit digitalen Technologien, insbesondere das eigenständige Programmieren dieser soll dazu führen, dass Kinder lernen, „Mathematik zu sprechen", d. h. mathematische, algorithmische und logische Denkweisen zu erwerben. Das soll zu einem positiveren Bild von Mathematik führen und auch andere Lernprozesse beeinflussen (vgl. ebd.). Im Folgenden soll exemplarisch ein kurzer Abriss zu einem

Thema gegeben werden, das mit Hilfe des Lego-Mindstorms-Systems bearbeitet wurde.

Implementierung eines Tachometers

Tachos sind den Schülerinnen und Schülern von Autos schon bekannt. Ziel ist es nun einen auf dem Lego-Mindstorms-Roboter zu implementieren. Aus dem Physikunterricht ist bekannt, dass sich die Geschwindigkeit aus dem zurückgelegten Weg innerhalb einer bestimmten Zeit ergibt. Als Motivation dient die Frage, welche Geschwindigkeit ein solcher Roboter erreichen kann.

In der graphischen Programmiersprache des Lego-Mindstorms-Systems kann für die Leistung der Motoren ein Wert zwischen -100 und 100 angeben werden, welcher die Geschwindigkeit des Roboters bestimmt. Somit kann ein erster Ansatz sein, dass der Roboter eine bestimmte, zuvor abgemessene Strecke mit einer bestimmten Motorleistung zurücklegt und die benötigte Zeit gestoppt wird. Umgekehrt kann auch der Weg gemessen werden, den der Roboter in einer bestimmten Zeit mit einer bestimmten Motorleistung zurücklegt, um eine Gesamtgeschwindigkeit zu bestimmen. Die Gesamtgeschwindigkeit kann dann durch Skalierung auch für andere Leistungen angegeben werden. Daraufhin werden die Schülerinnen und Schüler mit dem Problem konfrontiert, dass die Geschwindigkeit nicht konstant sein muss. Um dieselbe Gesamtgeschwindigkeit zu erreichen, sind verschiedene Beschleunigungsmuster denkbar. Durch ein sokratisches Gespräch kann auf die Notwendigkeit der Verkürzung der Messintervalle hingeführt werden. Damit beschäftigen sich die Schülerinnen und Schüler bereits mit der Idee des Differenzenquotientes. Je kleiner das Messintervall gewählt wird, desto näher liegt die berechnete Geschwindigkeit an der Momentangeschwindigkeit. Hierbei kann ein weiteres Konzept der Mathematik vermittelt werden und zwar das der analytischen und numerischen Lösung eines Problems. Für eine exakte analytische Lösung müsste das Messintervall unendlich klein werden. Für die praktische Anwendung ist allerdings nicht unbedingt eine exakte Lösung notwendig. Manchmal reicht eine gute Näherung, in diesem Fall durch sehr kurze Messintervalle im Millisekundenbereich.

4.2. Schülerakademie Mathematik

4.2.1. Organisationsstruktur

Der Wurzel e. V. ist ein gemeinnütziger Verein zur Förderung der Mathematik an Schulen und Universitäten. Die Umsetzung dieses Zieles wird durch zwei Projekte verwirklicht. Eines ist die Herausgabe der Zeitschrift *Die Wurzel*, welche seit 1967 zehnmal im Jahr erscheint. Sie richtet sich vor allem an Schüler, Lehrer und Studenten, aber auch an alle anderen mathematisch Interessierten und dient der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemen. Die Zeitschrift beinhaltet Artikel verschiedener Schwierigkeitsgrade vorwiegend über Problemstellungen der Mathematik, jedoch werden auch verwandte Themengebiete und Problemfelder der Informatik und Physik angeschnitten. Weiterhin sind Rezensionen von Fachliteratur, Informationen zu mathematischen Wettbewerben sowie eine Aufgabenseite und Knobelaufgaben enthalten. Regelmäßig werden dazu auch die von Lesern eingeschickten Lösungen abgedruckt.

Neben der Herausgabe der Zeitschrift veranstaltet der Wurzel e. V. seit 1965 zweimal im Jahr die Schülerakademie Mathematik. Die erste Tagung findet in den Osterferien statt und dauert acht Tage. Die zweite zehntägige Tagung wird in den Sommer- oder Herbstferien abgehalten. An der Schülerakademie Mathematik, welche in verschiedenen Schullandheimen in Thüringen durchgeführt wird, nehmen etwa 30 bis 40 Schüler der Klassenstufen 8 bis 12 teil.

4.2.2. Ziele

Ziel dieser Veranstaltung ist es, mathematisch interessierten Thüringer Schülern die Gelegenheit zu geben, sich mit interessanten mathematischen Thematiken und Problemen zu befassen, die über Lehrplaninhalte hinausgehen. Vormittags befassen sich die Schüler getrennt nach Klassenstufen unter Anleitung der Betreuer mit ausgesuchten mathematischen Themen. In jeder Klassenstufe werden drei Themen behandelt. Pro Thema sind dazu vier Einheiten zu je 90 Minuten angesetzt. Eine Trennung in Altersgruppen wird vorgenommen, da die Schüler in unterschiedlichen Klassenstufen auch unterschiedliche fachliche Voraussetzungen und Vorkenntnisse aus der Schule mitbringen. So sind zum Beispiel für die Betrachtung sphärischer Geometrie Kenntnisse in Trigonometrie von Vorteil, welche nach dem Thüringer Lehrplan erst im Doppeljahrgang 9/10 behandelt wird (vgl. Thüringer Ministerium für Bildung, Jugend und Sport 2018). Weitere Themen sind zum Beispiel komplexe Zahlen, Graphentheorie, Gruppentheorie, Kombinatorik, Spieltheorie und Inversion am Kreis in den Klassen 8 und 9. Beispiele für Themen aus den letzten Jahren, die in den Klassenstufen 10 bis 12 behandelt wurden, sind Fraktale, lineare Optimierung, nichteuklidische Geometrie, Wahlparadoxa, Topologie und surreale Zahlen. Einige der Themen werden, an die jeweiligen Lernvoraussetzungen angepasst, in verschiedenen Klassenstufen behandelt.

Gerade im Hinblick auf den baldigen Schulabschluss der Schüler der Klassenstufen 11 und 12 verfolgt die Schülerakademie auch das Ziel, Interesse für ein Studium der Mathematik zu wecken. Auf jeder Tagung werden daher zusätzlich Gastvorträge von Professoren oder anderen wissenschaftlichen Mitarbeitern der Friedrich-Schiller-Universität Jena angeboten. Dadurch erhalten die Schüler sowohl einen Einblick in die fachliche Vielfalt eines Mathematikstudiums, Ausblicke auf berufliche Perspektiven als auch einen Überblick über das Berufsfeld von Mathematikern.

Die Schülerakademie zielt nicht nur auf die Förderung im kognitiven, sondern auch im persönlichen und sozialen Bereich ab. Die Suche nach der eigenen Identität erfolgt zum Teil über die soziale Identität der Peergroup. Eine Peergroup, oft auch als Clique bezeichnet, ist ein Zusammenschluss von Jugendlichen mit ähnlichem Alter zu einer Bezugsgruppe, in der zwischen den Jugendlichen freundschaftliche Verhältnisse bestehen. Die Grundlage für die Herausbildung von Freundschaften oder Cliquen ist dabei immer Ähnlichkeit. Diese Ähnlichkeit kann sich auf verschiedene Bereiche beziehen, z. B. den sozioökonomischen Hintergrund, persönliche Einstellungen, Interessen oder Verhaltensweisen. Der Klassenverband, in dem die Schüler den meisten Kontakt zu Gleichaltrigen haben, ist in der Regel sehr heterogen und bietet nicht immer die Ressourcen für die gewünschte oder benötigte Ähnlichkeit. Jugendliche beginnen somit auch außerhalb der Schule, Freunde zu suchen und werden so Teil mehrerer Peergroups (vgl. Schneider & Lindenberger 2012).

Mit der Schülerakademie Mathematik wird den Schülern die Gelegenheit gegeben, Gleichaltrige mit ähnlichem Interesse kennenzulernen, neue Freundschaften aufzubauen und Teil einer Peergroup zu werden, die einen wichtigen Beitrag zur Entwicklung des eigenen Selbstkonzepts leistet. Gelegenheit dazu bieten die nach den Kursen angebotenen Freizeitaktivitäten wie z. B. sportliche Betätigungen.

Im Jahr 2012 fand zum ersten Mal eine Junior-Schülerakademie Mathematik statt. Damit sollte auch jüngeren Schülern der Klassenstufen 5 bis 7 die oben beschriebene Möglichkeit der Förderung angeboten werden. Die Teilnehmerzahlen von 40 bis 50 Schülern in jedem Jahr sind ein Indikator für eine hohe Nachfrage. Seitdem findet sie traditionell in den Osterferien statt. Mit nur fünf Tagen ist die Junior-Tagung der Schülerakademie Mathematik etwas kürzer als die Frühjahrs- und Herbsttagung. Auch werden hier lediglich zwei Themen mit drei Einheiten zu je 90 Minuten pro Klassenstufe unterrichtet. Mögliche Themen sind Aussagenlogik, Mengenlehre, Vier-Farben-Problem, Kryptologie, Vedische Mathematik oder Gleichdicks.

Zur Akquise der Teilnehmer werden zum einen diejenigen Schüler eingeladen, welche herausragende Leistungen im Landeswettbewerb der Mathematik-Olympiade zeigten. Vor allem unter den Acht- bis Zwölftklässlern besucht ein Großteil der Teilnehmenden das Carl-Zeiss-Spezialgymnasium Jena. Mittlerweile gibt es einen beachtlichen Pool an Schülern, die jährlich teilnehmen. Auch wechseln viele Teilnehmer der Junior-Schülerakademie nach der siebten Klasse zu den Tagungen der Schülerakademie Mathematik. Zum anderen werden Einladungen an Schulen in ganz Thüringen verschickt. Ziel ist es, auch anderen Schülern in Thüringen die Möglichkeit der Förderung zu bieten sowie an den Schulen und bei den Mathematiklehrern bekannt zu werden.

4.2.3. Inhalte

Die Wahl des Themas und der Methodik liegt in der Hand der jeweiligen Lehrkraft. So ist nicht auszuschließen, dass auch in der Schülerakademie entdeckendes Lernen stattfinden kann – wenngleich der Fokus nicht darauf liegt. Tabelle 4.1 ist zu entnehmen, welche Themen mit den Schülerinnen und Schülern im Untersuchungszeitraum bearbeitet wurden. Zugunsten der Übersichtlichkeit sind die Themen auf wenige Stichworte reduziert, auch wenn so nicht immer auf den ersten Blick ersichtlich ist, welches mathematische Themengebiet sich genau dahinter verbirgt. Jedoch gibt die Übersicht einen ersten Eindruck von der thematischen Vielfalt.

Tabelle 4.1.: Überblick über behandelte Themengebiete in der Schülerakademie Mathematik (SAM) im Untersuchungszeitraum

Klassenstufe	Herbst 2016	Frühjahr 2017	Herbst 2017	Frühjahr 2018
8	Kuchen teilen, Stellenwertsysteme, Modulo-Rechnung	Kopfrechnen, Logik, Geometrie	Kombinatorik, Beweise & Logik, Wahlparadoxa	Kopfrechnen, Färbungsbeweise, Geometrie
9	richtig testen, Primzahlen, Inversion am Kreis	Induktion, Zahlentheorie, Graphentheorie	Inversion am Kreis, Ungleichungen, Wahlparadoxa	komplexe Zahlen, Spieltheorie, Gruppentheorie
10	komplexe Zahlen, Graphentheorie, numerische Mathematik	Kryptologie, Stoppzeiten, Graphentheorie	Fibonacci-Zahlen, sphärische Geometrie, Gruppentheorie	Fahrpläne, Schubfachprinzip, Lineare Optimierung
12	Flächen, Aus 2 mach 1, p-adische Zahlen		schnelles Multiplizieren, Produkte, Wahlparadoxa	In math we trust, Primzahltests, Master-Theorem
11		Algorithmen, Stochastik, Komplexitätstheorie		

Inversion am Kreis

An dieser Stelle soll exemplarisch das Themengebiet der Inversion am Kreis genauer beleuchtet werden. Dieses wurde vom Autor konzipiert und im Untersuchungszeitraum zweimal durchgeführt. Die Auseinandersetzung mit geometrischen Themen kann abstrakt auf symbolischer Ebene erfolgen und bietet auf der ikonischen Ebene einen hohen Anschauungsgrad. Durch selbstständiges Konstruieren mit Zirkel und Lineal wird auch die Auseinandersetzung auf enaktiver Ebene ermöglicht. Darüber hinaus weist die Spiegelung an einer Kreislinie viele Analogien zur bereits bekannten Spiegelung an einer Geraden auf, die den Schülerinnen und Schülern den Einstieg in das Themengebiet erleichtern sollen. Inversion am Kreis wurde im Untersuchungszeitraum zweimal jeweils mit Schülerinnen und Schülern der Klassenstufe 9 durchgeführt, welche laut Thüringer Lehrplan bereits über Vorwissen zur Kreisgeometrie verfügen.

Ausgehend von Geradenspiegelungen wird damit begonnen, erste Eigenschaften von Kreisspiegelungen abzuleiten. Dabei wird zunächst die Spiegelung eines einzigen Punktes betrachtet. Für eine Inversion am Kreis K mit Radius r und Mittelpunkt M gelten folgende Eigenschaften:

- Punkte, die außerhalb des Kreises liegen, werden auf Punkte im Kreisinneren abgebildet und umgekehrt.
- Punkte auf der Kreislinie werden auf sich selbst abgebildet (Fixpunkte).
- Ein Punkt und sein Bildpunkt liegen auf einer Halbgeraden mit dem Anfangspunkt M.
- Für einen Punkt P und seinen Bildpunkt P' gilt

  $$|MP| \cdot |MP'| = r^2.$$

  ⇒ Je weiter ein Punkt vom Inversionszentrum entfernt ist, desto näher liegt sein Bildpunkt am Inversionszentrum und umgekehrt.
- Die Inversion am Kreis ist eine selbstinverse Abbildung – auch Involution genannt. Das bedeutet, dass sie ihre eigene Umkehrfunktion ist.
- Schnittpunkte von Objekten werden auf Schnittpunkte der Bildobjekte abgebildet.

Ausgehend davon stellt sich nun die Frage, wie die Spiegelbilder ganzer Punktmengen, wie Geraden oder Kreisen, aussehen. Zu einer Idee, wie die Bilder aussehen, kommen Schüler, indem sie an ausgewählten Punkten eine Kreisspiegelung mit den bisher erlangten Kenntnissen durchführen. Sei es durch das Messen von Abständen und der Anwendung der Formel oder das ungefähre Abschätzen der Abstände.

Der einfachste Fall ist der einer Geraden, die durch das Inversionszentrum verläuft. Doch auch bei Geraden und Kreisen, die nicht durch das Inversionszentrum verlaufen, kann durch punktweise Durchführung der Kreisspiegelung eine

Idee erzeugt werden, wie das Bild aussieht. Die Vermutung, dass in den beiden zuletztgenannten Fällen jeweils ein Kreis entsteht, kann anschließend auch bewiesen werden.

Beweis 1: Das Bild einer Geraden g mit $M \notin g$ ist ein Kreis.

Gegeben seien ein Kreis K mit Mittelpunkt M und Radius r sowie eine Gerade g. Es wird das Lot von M auf die Gerade g gefällt. Der Lotfußpunkt sei P. Dessen Bildpunkt P' bezüglich der Inversion am Kreis K liegt auf der Lotgeraden durch M auf g. Sei $Q \neq P$ ein beliebiger Punkt der Gerade g und Q' dessen Bildpunkt.

Nach Definition der Inversion gilt für P und P' $|MP| \cdot |MP'| = r^2$ sowie für Q und Q' $|MQ| \cdot |MQ'| = r^2$ und damit $|MP| \cdot |MP'| = |MQ| \cdot |MQ'|$. Eine Äquivalenzumformung ergibt

$$\frac{|MP'|}{|MQ|} = \frac{|MQ'|}{|MP|}.$$

Weiterhin gilt, dass $\measuredangle P'MQ' = \measuredangle PMQ$. Daraus folgt, dass die Dreiecke $MP'Q$ und MQP' nach dem SWS-Ähnlichkeitssatz zueinander ähnlich sind. Da der Winkel QPM nach Voraussetzung ein rechter ist, muss auch $\measuredangle MQ'P'$ ein rechter Winkel sein.

Nach der Umkehrung des Satzes des Thales liegt Q damit auf einem Kreis mit dem Durchmesser $|MP'|$. Zu jedem Punkt auf diesem Kreis lässt sich ein entsprechendes Urbild auf der Geraden g finden als Schnittpunkt von g mit der Sekante durch M und diesen Punkt.

□

Bei der Abbildung von Geraden tritt das Problem auf, dass es nach bisheriger Definition der Inversion am Kreis keinen Punkt gibt, der auf das Inversionszentrum M abgebildet wird. Damit diese Abbildung bijektiv wird (oder anschaulicher, damit „vollständige“ Bildkreise entstehen), erweitert man die Ebene um einen Punkt ∞ und führt die Konvention ein, dass dieser auf jeder Geraden, aber in keinem Kreis enthalten ist. Die Inversion am Kreis bildet dann M auf ∞ und ∞ auf M ab.

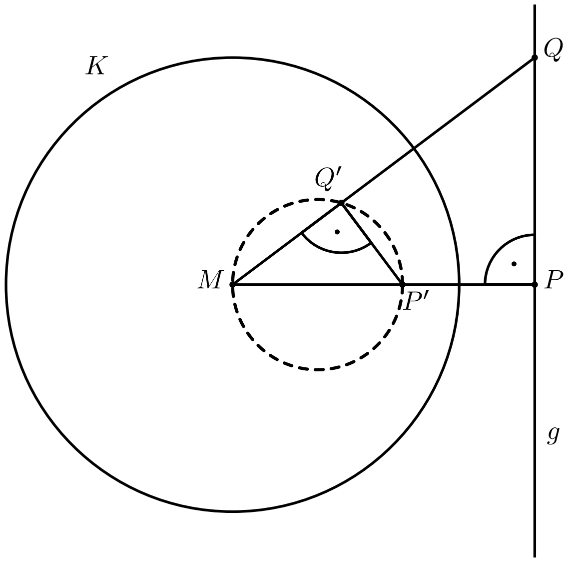


Abbildung 4.7.: Skizze zu Beweis 1

Beweis 2: Das Bild eines Kreises k mit $M \notin k$ ist ein Kreis.

Sei s eine Sekante des Kreises k, die diesen in den Punkten A und B schneidet und durch M verläuft. Die Bilder von A und B seien A' und B'. Sei t eine Tangente an k, deren Berührungspunkt sei T.
Nach der Definition der Inversion gilt nun $|MA| \cdot |MA'| = |MB| \cdot |MB'| = r^2$ sowie $|MA| \cdot |MB| = |MT|^2$ nach dem Sekanten-Tangenten-Satz. Wird die erste Bedingung durch die zweite dividiert, entsteht folgende Gleichung:

$$\frac{|MA'|}{|MB|} = \frac{|MB'|}{|MA|} = \frac{r^2}{|MT|^2} =: c. \tag{4.1}$$

Die Terme $\frac{|MA'|}{|MB|}$ und $\frac{|MB'|}{|MA|}$ sind damit konstant, unabhängig von der Lage der Sekante s.

1. Fall: s verläuft nicht durch M_k.

Die Parallele zu BM_k durch den Punkt A' schneidet MM_k im Punkt N. Nach dem ersten und zweiten Strahlensatz gilt folgende Verhältnisgleichung:

$$\frac{|MN|}{|MM_k|} = \frac{|MA'|}{|MB|} = \frac{|A'N|}{R}. \tag{4.2}$$

Der Abstand vom Punkt M zum Punkt N ist konstant, unabhängig von der

Lage der Sekante, und ergibt sich aus (4.2) und (4.1) wie folgt:

$$|MN| = |MM_k| \cdot \frac{|MA'|}{|MB|} = |MM_k| \cdot c.$$

Der Abstand des Bildpunktes A' vom Punkt N ist ebenfalls unabhängig von der Lage von s und konstant:

$$|A'N| = R \cdot \frac{|MA'|}{|MB|} = R \cdot c.$$

Analog lässt sich zeigen, dass dies auch für den Bildpunkt B' von B gilt.

2. Fall: s verläuft durch M_k.

Auch in diesem Fall beträgt der Abstand von A' zu dem Punkt N, der $c \cdot |MM_k|$ von M entfernt ist

$$\begin{aligned} |NA'| &= |MA'| - c \cdot |MM_k| \\ &= c \cdot |MB| - c \cdot |MM_k| \\ &= c \cdot (|MB| - |MM_k|) \\ &= c \cdot R \end{aligned}$$

und der von B'

$$\begin{aligned} |NB'| &= |MN| - |MB'| \\ &= c \cdot |MM_k| - c \cdot |MA| \\ &= c \cdot (|MM_k| - |MA|) \\ &= c \cdot R. \end{aligned}$$

Grenzfall: s fällt mit einer der Tangenten zusammen

Die Argumentation für diesen Fall ist analog zum 1. Fall, nur dass hier $A = B$ und $A' = B'$ gilt.

Die Bilder aller Punkte der Kreislinie besitzen denselben Abstand zu einem Punkt N und liegen damit auf einem Kreis um N. Zu jedem Punkt auf diesem Kreis lässt sich ein entsprechendes Urbild auf dem Kreis k finden.

□

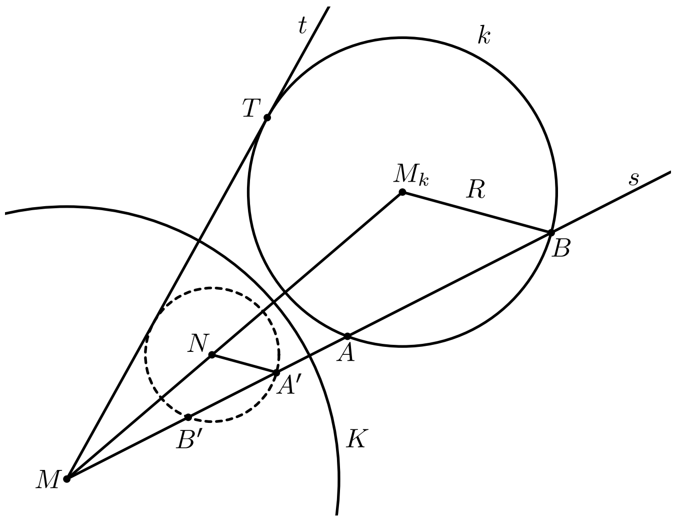


Abbildung 4.8.: Skizze zu Beweis 2

Zusammenfassend lässt sich unter der Überschrift *Bilder geometrischer Objekte* Folgendes festhalten.

- Geraden, die durch das Inversionszentrum verlaufen, werden auf sich selbst abgebildet.
- Geraden, die nicht durch das Inversionszentrum verlaufen, werden auf Kreise abgebildet, die durch das Inversionszentrum verlaufen.
- Kreise, die durch das Inversionszentrum verlaufen, werden auf Geraden abgebildet, die nicht durch das Inversionszentrum verlaufen.
- Kreise, die nicht durch das Inversionszentrum verlaufen, werden auf Kreise abgebildet, die nicht durch das Inversionszentrum verlaufen.

Weiterführend können auch die Spiegelbilder anderer Kegelschnitte betrachtet werden. Dies geht meist mit einer analytischen Herangehensweise einher. Parabeln und Hyperbeln werden laut Lehrplan erst in den Klassenstufen 9 und 10 behandelt.

Mit dem Wissen über die Bilder von Kreisen und Geraden sowie den zuvor erarbeiteten Eigenschaften ist es möglich, die Bilder von Objekten aufgrund von

Inzidenzeigenschaften zu konstruieren. Die Anordnung der Kreise wurde, wie in Abbildung 4.9 zu sehen, so gewählt, dass dies möglich ist. Anschließend wird die genaue Konstruktion eines Bildpunktes mit Zirkel und Lineal betrachtet. Dabei ist die Fallunterscheidung, ob der Punkt außerhalb oder innerhalb des Kreises liegt, notwendig.

Konstruktionsbeschreibung für den Fall $|MP| > r$

(1) Konstruktion eines Kreises k_1 mit Mittelpunkt P und Radius $|MP|$
$\Rightarrow$ Schnittpunkte Q und R mit dem Inversionskreis K

(2) Konstruktion von Kreisen k_2 um Q und k_3 um R jeweils mit Radius r

k_2 und k_3 schneiden sich außer in M in einem weiteren Punkt. Dieser ist der Bildpunkt von P unter der Inversion am Kreis K.

Beweis 3: Der konstruierte Punkt ist der gesuchte Bildpunkt von P

Für den Beweis ist die Kenntnis des Satzes des Pythagoras notwendig. Im Dreieck PSQ ergibt sich das Quadrat der Höhe h aus

$$h^2 = |PQ|^2 - \left(|PM| - \frac{|P'M|}{2}\right)^2$$

und im Dreieck SMQ mit

$$h^2 = r^2 - \left(\frac{|P'M|}{2}\right)^2.$$

Dabei wurde verwendet, dass das Lot vom Mittelpunkt (Q) eines Kreises auf jede seiner Sehnen ($P'M$) diese Sehne halbiert. Gleichsetzen ergibt

$$r^2 - \left(\frac{|P'M|}{2}\right)^2 = |PQ|^2 - \left(|PM| - \frac{|P'M|}{2}\right)^2$$

und wegen $|PQ| = |PM|$ gilt

$$r^2 = |PM| \cdot |P'M|.$$

□

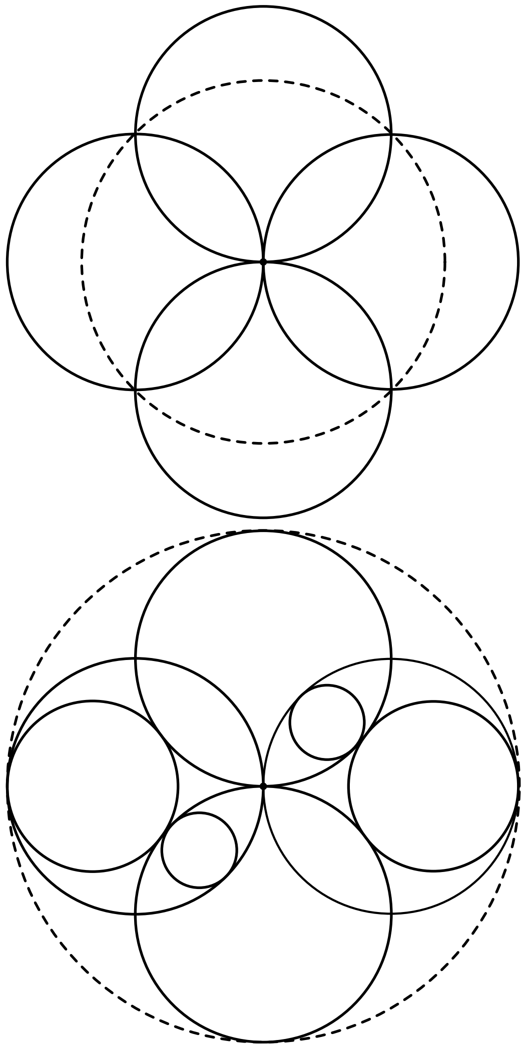


Abbildung 4.9.: Beispiele für Konstruktionsaufgaben. Die gegebenen Kreise sollen mit Hilfe von Inzidenzeigenschaften am gestrichelten Inversionskreis gespiegelt werden.

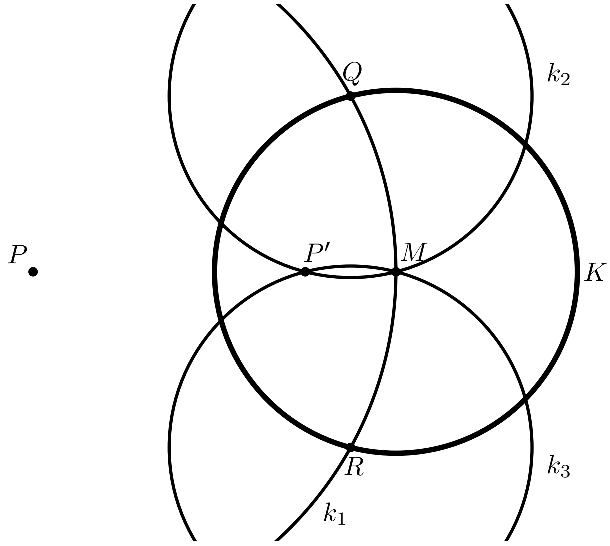


Abbildung 4.10.: Skizze zur Konstruktionsbeschreibung

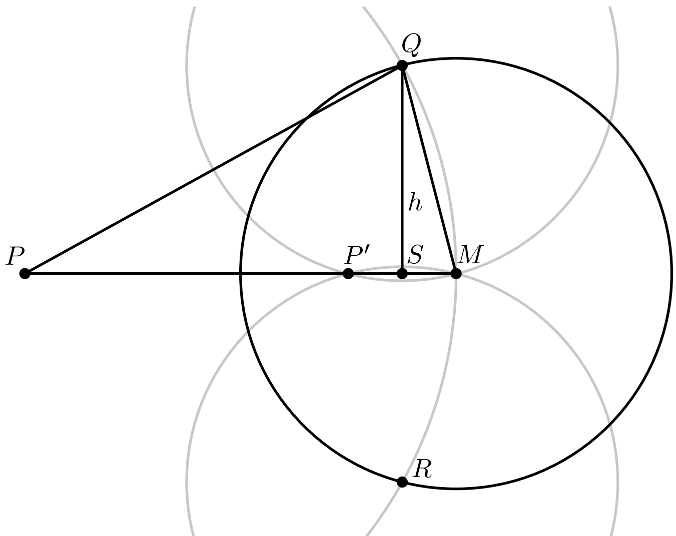


Abbildung 4.11.: Skizze zu Beweis 3

Weitere betrachtenswerte Sachverhalte sind der Abstand zwischen zwei Punkten, Winkel zwischen Kreisen und Geraden/Kreisen und zum Inversionskreis orthogonale Kreise. Um abschließend den Anwendungscharakter zu betonen, werden – im Sinne einer Vorbereitung für mathematische Wettbewerbe – Aufgaben betrachtet, die mit Inversion einfacher werden. Zum Beispiel die Aufgabe, zu zeigen, dass die Berührungspunkte einer geschlossenenen Kette aus vier sich berührenden Kreisen ebenfalls auf einem Kreis liegen.

5. Persönlichkeitsmerkmale

5.1. Theoretischer Rahmen

5.1.1. Erwartungs-Wert-Modell

Das Lern- und Leistungsverhalten von Schülern wird durch viele Faktoren beeinflusst. Dazu gehören verschiedene Persönlichkeitsmerkmale sowie die soziokulturelle Umwelt. Diese Faktoren wurden von Eccles et al. (1983) in ihrem Erwartungs-Wert-Modell systematisiert. Als Grundlage für das Kapitel soll allerdings eine variierte Darstellung eines erweiterten Erwartungs-Wert-Modells von Wild & Möller dienen. Diese besitzt zwar einige Mängel bei der Visualisierung des Modells, ist aber wesentlich strukturierter und damit übersichtlicher als das Original. In Abbildung 5.1 ist die Darstellung nach Wild & Möller (2009) wiedergegeben.

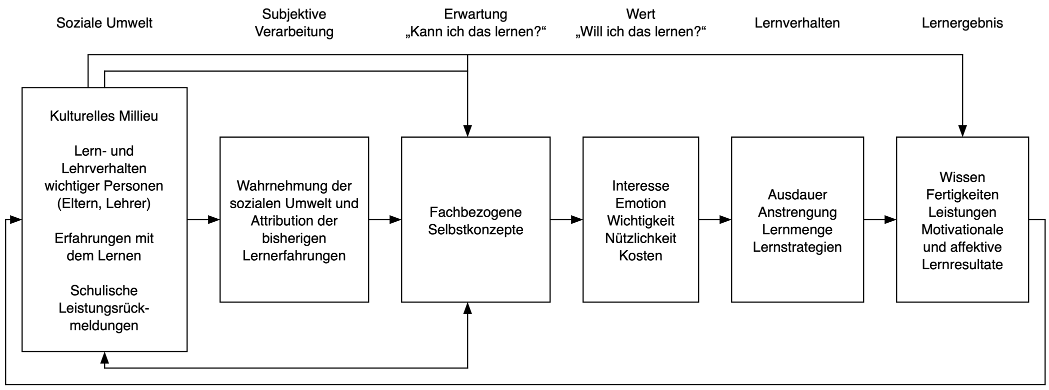


Abbildung 5.1.: Darstellung des Erwartungs-Wert-Modells von Eccles et al. variiert nach Wild & Möller

Bei dieser Darstellung ist die inflationäre Verwendung von Pfeilen zur Visualisierung von Beziehungen zwischen den Komponenten des Schemas zu kritisieren. Auf viele der Beziehungen wird bei der Erläuterung des Modells nicht eingegangen. So sind die verschiedenen Faktoren der Kategorie *soziale Umwelt* über die subjektive Wahrnehmung mit dem Selbstkonzept verbunden. Da es nicht möglich ist, etwas aus der sozialen Umwelt in das eigene Selbstkonzept zu integrieren, das nicht vorher wahrgenommen wurde, ist jede der drei direkten Verbindungen zum Selbstkonzept, die nicht über die subjektive Wahrnehmung führt, bedeutungslos und damit überflüssig. Auch ist ein direkter Zusammenhang zwischen Selbstkonzept und sozialer Umwelt unplausibel. Allerdings hat das Selbstkonzept einen Einfluss darauf, wie diese wahrgenommen und interpretiert wird. Eine plausiblere Darstellung des Modells könnte wie in Abbildung 5.2 aussehen. Dabei wird jedoch kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben.

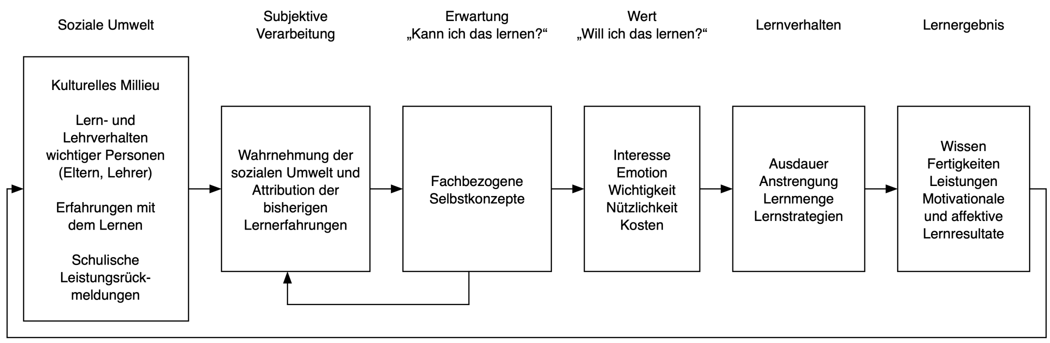


Abbildung 5.2.: Eigene Darstellung des Erwartungs-Wert-Modells

In vereinfachter Form besagt das Modell, dass sich Leistung in einem Bereich dann positiv entwickelt, wenn ein Schüler davon ausgeht erfolgreich sein zu können (Erwartungs-Komponente) und dieser Bereich (ein Schulfach zum Beispiel) für ihn interessant, wichtig oder nützlich ist (Wert-Komponente) (vgl. Wild & Möller 2009).

Im Modell wird das (fachbezogene) Selbstkonzept von verschiedenen Umgebungsfaktoren beinflusst. Unter der Kategorie *soziale Umwelt* werden zum einen Faktoren wie die familiäre Umwelt und das kulturelle Milieu, in dem ein Kind aufwächst, zusammengefasst. Darunter fallen zum Beispiel der Erziehungsstil der Eltern, vermittelte Überzeugungen und Werte, welche Bedeutung die Familie der schulischen Bildung ihres Kindes zuschreibt und welchen Bildungsstand die Eltern für ihr Kind anstreben. Zum anderen ist auch die schulische Umwelt ein wichtiger Einflussfaktor. Dazu gehören das Lehrverhalten von Lehrkräften, Leistungsrückmeldungen und der Vergleich mit Gleichaltrigen.

All diese Umweltfaktoren werden subjektiv wahrgenommen und interpretiert. Für schulische Leistungen in einem Fach ist hier die Interpretation von Lernerfolgen und -misserfolgen sowie von Leistungsrückmeldungen relevant. Die Zuordnung von Ursachen für Erfolge und Misserfolge wird auch als Attribution bezeichnet. So wie sich die subjektiv wahgenommene Umwelt auf das Selbstkonzept auswirkt, beeinflusst auch das Selbstkonzept, wie die Umwelt wahrgenomen wird. Ausgehend vom fachbezogenen Selbstkonzept und damit der Einschätzung der eigenen Leistungsfähigkeit in einem Fachbereich existieren bestimmte Erwartungshaltungen dem gegenüber, ob und wie gut eine Aufgabe gelöst werden kann oder ob in einem Schulfach gute Leistungen erbracht werden können. Diese Erwartungshaltungen werden auch als Selbstwirksamkeit(serwartung) bezeichnet.

Die Wert-Komponente beschreibt, welche Bedeutung die Aufgabe oder Tätigkeit für jemanden hat, welchen Nutzen er ihr zuschreibt und wie interessant er sie findet. Diese wird stark vom Selbstkonzept beeinflusst. So erleben Schüler mit hohem bereichsspezifischem Selbstkonzept die Auseinandersetzung mit Aufgaben aus diesem Bereich als positiver und empfinden diesen Bereich als wichtiger als Schüler mit geringerem bereichsspezifischem Selbstkozept. Erwartungs- und Wert-Komponente bestimmen schließlich die Leistungsmotivation sowie die Anstrengung und Ausdauer, die der Tätigkeit entgegengebracht wird. Am Ende steht ein Lernergebnis als Output. Dies können erworbenes Wissen, erworbene Kompetenzen oder eine erbrachte Leistung sein. Auf dieses Ergebnis kann wiederum die soziale Umwelt reagieren, beispielsweise durch eine Bewertung der erbrachten Leistung durch die Lehrkraft, die Wertschätzung der Eltern oder die Anerkennung der Peers (vgl. ebd.).

Die beiden in der vorliegenden Arbeit untersuchten Förderprogramme können als Einflussfaktor der sozialen Umwelt verstanden werden. Nun soll deren Auswirkung auf Attributionsmuster, Selbstkonzept und Selbstwirksamkeit sowie das Interesse an Mathematik und Mathematikunterricht gemessen werden, da sich diese Eigenschaften gut empirisch mit Hilfe eines Fragebogens messen lassen. Die Analyse von Lernverhalten ist empirisch deutlich schwieriger. Zur Erfassung des Outputs wäre die Durchführung von Kompetenztests mit den

Teilnehmenden möglich. Diese würden jedoch nur eine Dimension möglicher Lernergebnisse abbilden und kein differenziertes Bild liefern.

5.1.2. Attributionsmuster

Die Attributionstheorie nach Weiner (1972) beschreibt, auf welche Ursachen Menschen ihre Erfolge und Misserfolge zurückführen und welche Auswirkungen solche Attributionen auf das Lern- und Leistungsverhalten haben. Dabei wird zum einen unterschieden, ob die Ursachen bei sich selbst (internal) gesucht werden oder ob äußere (externale) Einflüsse dafür verantwortlich gemacht werden. Zu den internalen Ursachen zählen die eigene Anstrengung, Motivation und Begabung. Externale Ursachen wären die Schwierigkeit des Faches oder der Aufgaben, die Beziehung zur Lehrkraft und zufällige Einflüsse wie Glück oder Pech.

Die oben genannten Faktoren können noch einmal hinsichtlich ihrer Stabilität bzw. Variabilität unterteilt werden. Stabile Ursachen sind die Fähigkeiten und Begabungen des Kindes oder der Schwierigkeitsgrad einer Aufgabe oder Prüfung. Variabel hingegen sind der Fleiß und die aufgewendete Anstrengung sowie Glück und Pech. Diesen beiden Einteilungsmöglichkeiten folgend, lässt sich ein Vier-Felder-Schema (siehe Tabelle 5.1) aufstellen, das die möglichen Erklärungen für Erfolge und Misserfolge darstellt.

Tabelle 5.1.: Mögliche Ursachenzuschreibungen und deren Zuordnung zu den vier Attributionskategorien

	stabil	**variabel**
internal	Fähigkeiten	Anstrengung, Motivation, Konzentrationsfähigkeit
external	Aufgabenschwierigkeit, dauerhafte Ressourcen	Zufall (Glück oder Pech), temporäre Ressourcen

5.1.3. Selbstkonzept

Das Selbstkonzept ist von den hier betrachteten Persönlichkeitsmerkmalen das wohl meistbeforschte. Entsprechend existieren zum Selbstkonzept viele theoretische Konzepte, über welche im Folgenden ein Überblick gegeben werden soll.

Die Wurzeln der Selbstkonzeptforschung gehen auf William James zurück. Dieser konstatierte die Notwendigkeit der Differenzierung des Selbst in zwei Faktoren.

> "Whatever I may be thinking of, I am always at the same time more or less aware of *myself* [...]. At the same time it is *I* who am aware; so that the total self of me, being [...] partly known and partly knower, partly object and partly subject, must have two aspects discriminated in it, of which for shortness we may call one the *Me* an the other the *I*." (James 1999)

Das *I* steht dabei für das Selbst als Betrachter (*self as knower*), das *Me* bezeichnet das Selbst als Objekt der Betrachtung und entspricht dem, was wir heute als Selbstkonzept bezeichnen (*self as known*). Bereits James entwickelte mit der Unterteilung seines *Me* in ein spirituelles Selbst, ein soziales Selbst und ein materielles Selbst ein multidimensionales Modell des Selbstkonzeptes (vgl. ebd.).

Damit wurde der Grundstein für viele weitere Modelle gelegt. Shavelson et al. (1976) konzipierten ein mehrdimensionales hierarchisches Modell des Selbstkonzeptes, welches in Abbildung 5.3 dargestellt ist. Demnach besteht ein allgemeines, übergeordnetes Selbstkonzept aus dem akademischen Selbstkonzept, dem sozialen Selbstkonzept, dem emotionalen Selbstkonzept und dem physischen Selbstkonzept. Diese Dimensionen lassen sich in Unterdimensionen gliedern. So ergibt sich das akademische Selbstkonzept aus fachbereichsspezifischen Selbstkonzepten, die ihrerseits weiter unterteilt werden können. So kann im Bereich der Mathematik das Geometrie-Selbstkonzept anders ausgeprägt sein als das Stochastik-Selbstkonzept. Die Unterteilung erfolgt bis auf die Ebene der Bewertung des eigenen Verhaltens in spezifischen Situationen (vgl. ebd.).

Bei der empirischen Erfassung des Selbstkonzeptes herrscht eine Kontroverse über die Trennung von affektiven („... macht mir Spaß“) und kognitiv-evaluativen

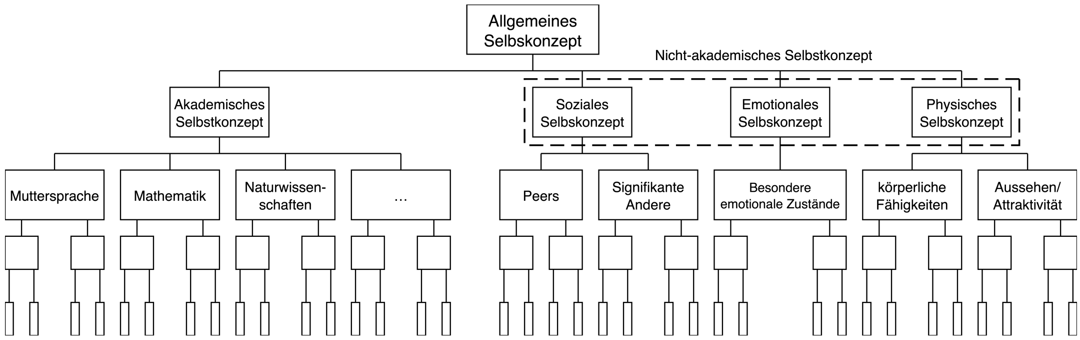


Abbildung 5.3.: Das Shavelson-Modell des Selbstkonzeptes, modifiziert nach Shavelson et al., entnommen aus Shavelson et al. (1976)

Aspekten („ich bin gut in ...“) des Selbstkonzeptes (vgl. Wild & Möller 2009). Bei der Operationalisierung im eingesetzten Fragebogen taucht sowohl ein Item auf, das die affektive Komponente und eines, das die kognitiv-evaluative Komponente des Selbstkonzeptes abfragt.

5.1.4. Selbstwirksamkeit

Selbstwirksamkeit – manchmal auch Selbstwirksamkeitserwartung – soll als „subjektive Überzeugung, schwierige Aufgaben und Probleme aufgrund eigener Kompetenzen bewältigen zu können“ (Jerusalem & Mittag 1999) verstanden werden und ist vom (fachspezifischen) Selbstkonzept abzugrenzen.

Das Selbstkonzept wird in starkem Maße durch den sozialen Vergleich geprägt. Im Gegensatz dazu ist es für die Überzeugung, ob eine Aufgabe/ein Problem selbst gelöst werden kann, allerdings unerheblich, ob andere die Aufgabe/das Problem besser oder schlechter lösen können.

Jerusalem & Mittag weisen darauf hin, dass es sich dabei nicht um Aufgaben handelt, die durch einfache Routinen lösbar sind, sondern um solche, deren Schwierigkeitsgrad Handlungsprozesse der Anstrengung und Ausdauer für die Bewältigung erforderlich machen.

5.1.5. Interesse

> „Die Psychologie der Interessen gehört zu den unterentwickeltsten Gebieten der Persönlichkeitspsychologie. [...] Es gibt so gut wie

> keine Theorie und nur wenige empirische Ergebnisse, die über die Alltagspsychologie hinausgehen.“ (Asendorpf 2009, S. 99)

Asendorpf selbst grenzt Interesse wie folgt von dem Begriff des Motives ab. Während Motive sich auf die Folgen von Handlungen beziehen, geht es beim Interesse um die Bewertung der Handlung an sich, unabhängig von deren Folgen. Bestimmte Tätigkeiten werden als anziehend (oder abstoßend) empfunden und gehen mit einer Zuwendung (oder Abwendung) zu (bzw. von) dieser einher (vgl. ebd.). Nach Herrmann (1976) wird der Interessensgegenstand nicht nur bevorzugt, sondern diesem auch ein Wert wie gut, richtig, angenehm oder ähnliches zugeordnet. Schenk-Danzinger (1992) fokussiert sich auf die Belohnung, die die Beschäftigung mit dem Interessensgegenstand in sich selbst trägt. Das Interesse ist also eng mit der intrinsischen Motivation verknüpft. Alle Autoren sind sich allerdings einig, dass Interessen sich verändern können – dass aus Abwendung Zuwendung werden kann und umgekehrt.

5.2. Fragestellung

Inwiefern können Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathematik auf die zuvor beschriebenen variablen Persönlichkeitsmerkmale Einfluss nehmen? Gibt es Unterschiede bezüglich der Ausprägung zwischen beiden Maßnahmen? Des Weiteren soll der Frage nachgegangen werden, wie sich diese Ausprägungen im Verlauf von zwei Schuljahren entwickeln und ob unterschiedliche Entwicklungstendenzen erkennbar sind.

5.3. Methode und Operationalisierung

Das beschriebene theoretische Konzept wurde durch einen Fragebogen nach Benölken operationalisiert. Dieser kam in Studien von Benölken (2013, 2016) mit Grundschulkindern zum Einsatz, um die oben angesprochenen Persönlichkeitsmerkmale zu erfassen. Der Fragebogen befindet sich in Anhang A. Durch den Rückgriff auf ein validiertes Messinstrument können auch in der vorliegenden Untersuchung belastbare Ergebnisse erwartet werden. Ein quantitatives Untersuchungsdesign wurde gewählt, um eine möglichst große Stichprobe zu erfassen. In der Tat gelang es, alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer beider

Konzepte eines Jahres zu befragen. Sie bearbeiteten jeweils vor und nach der Intervention den angesprochen Fragebogen. Damit hat die Studie einen klaren Längsschnittcharakter, der den Vergleich der beiden Konzepte über einen längeren Zeitraum ermöglicht.

Der Erhebungszeitraum umfasst die Schuljahre 2016/17 und 2017/18. Im Schülerforschungszentrum wurden die Teilnehmenden jeweils zu Beginn und am Ende des Schuljahres befragt. Bei der Schülerakademie Mathematik erfolgte der Einsatz des Fragebogens am Anfang und am Ende jeder Tagung. Von diesen Tagungen fanden pro Schuljahr zwei statt – eine im Frühling, eine im Herbst. Über die Schuljahre 2016/17 und 2017/18 hinweg gab es insgesamt zwölf Erhebungszeitpunkte (vgl. Abbildung 5.4).

Der Fragebogen besteht aus neun Items, die teilweise aus mehreren Unteritems bestehen. In Item 1 wird das Geschlecht des Teilnehmenden abgefragt. Die Items 2 und 4 fragen die Erfolgs- und Misserfolgsattribution ab. Das Selbstkonzept ist Gegenstand von Item 3 und die Selbstwirksamkeit wird mit Item 8 erfasst. Auf die Auswertung von Item 7 (Hobbies und Freizeitgestaltung) wird im Rahmen dieser Untersuchung verzichtet. Über einen Pseudonymisierungscode, den jeder Teilnehmer zu Beginn des Fragebogens erstellt, ist die Betrachtung der Entwicklung von Merkmalsausprägungen über einen längeren Zeitraum möglich. Außerdem wurde über den Fragebogen hinaus die aktuelle Klassenstufe und die Mathematiknote des letzten Halbjahreszeugnisses abgefragt. Die erhobenen Daten wurden mit der Software SPSS (Version 24) ausgewertet. Tabelle 5.2 zeigt die Anzahlen der befragten Teilnehmer über den gesamten Erhebungszeitraum hinweg.

Tabelle 5.2.: Anzahl der befragten Teilnehmer

	Schuljahr 2016/17				Schuljahr 2017/18			
SFZ	A		E		A		E	
	35		33		57		41	
SAM	HA	HE	FA	FE	HA	HE	FA	FE
	36	36	45	45	43	43	46	46

Bei den Teilnehmern des Schülerforschungszentrums ist eine Abbruchquote von

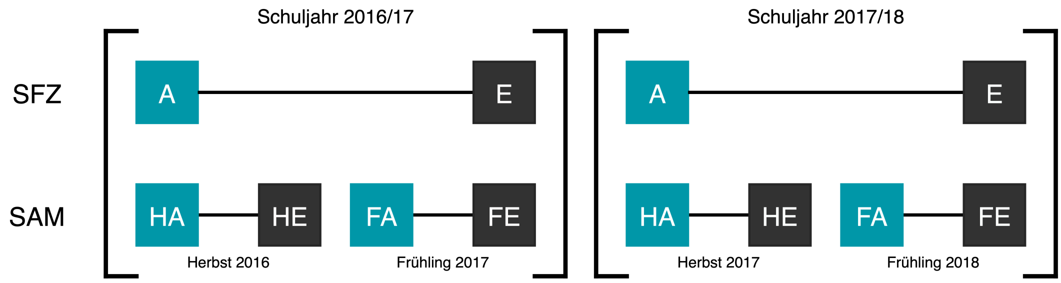


Abbildung 5.4.: Übersicht über alle Messzeitpunkte: am Anfang (A) und am Ende (E) jedes Schuljahres und jeder SAM-Tagung – jeweils eine im Herbst (H) und eine im Frühling (F) – im Untersuchungszeitraum

5,7 % im Schuljahr 2016/17 und 28,1 % im Schuljahr 2017/18 zu verzeichnen. Die Teilnehmerzahlen der Schülerakademie Mathematik bleiben über die einzelnen Tagungen hinweg konstant, fluktuieren aber über beide Jahre hinweg geringfügig. Die Anzahl der Teilnehmer, die von Beginn des Schuljahres 2016/17 bis zum Ende des Schuljahres 2017/18, also über den gesamten Untersuchungszeitraum, an den Maßnahmen teilgenommen hat, beläuft sich im Falle des Schülerforschungszentrums auf zwölf und im Falle der Schülerakademie Mathematik auf dreizehn. An dieser sehr kleinen Population werden potenzielle Langzeiteffekte untersucht.

Die Items, die die Attributionsmuster abfragen, weisen eine nominale Antwortskala aus vier Antwortmöglichkeiten auf. Jede Antwortmöglichkeit repräsentiert dabei eine der vier Dimensionen von Ursachenzuschreibungen. Die Items bezüglich der restlichen Persönlichkeitsmerkmale besitzen eine Vier-Punkt-Likertskala von *stimmt gar nicht* bis *stimmt ganz*.

Erfolgsattribution

2. Stell dir vor: Du hast ein kniffliges Mathe-Problem gelöst. Warum ist dir das wahrscheinlich gelungen? Weil ...

- *... du dich so angestrengt hast.*
- *... du Mathe sehr gut kannst.*
- *... es Zufall war.*
- *... die Aufgabe einfach war.*
- *anderer Grund:* ____________________

Misserfolgsattribution

4. Stell dir vor: Du konntest ein kniffliges Mathe-Problem nicht lösen. Woran hat es wahrscheinlich gelegen? Daran, dass ...

- *... es Zufall war.*
- *... du Mathe nicht gut kannst.*
- *... die Aufgabe sehr schwer war.*
- *... du dich nicht genug angestrengt hast.*
- *anderer Grund:* ______________________________

Selbstkonzept

3. Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

1. *In Mathematik bin ich sehr gut*
2. *Schwierige Mathe-Aufgaben machen mir besonders viel Spaß*

Selbstwirksamkeit

8. Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

1. *Ich kann auch schwierige Matheaufgaben lösen, wenn ich mich anstrenge.*
2. *Es fällt mir leicht, neue Dinge im Mathe-Unterricht zu verstehen.*
3. *Wenn ich eine schwierige Mathe-Aufgabe an der Tafel lösen soll, glaube ich, dass ich das schaffen werde.*
4. *Auch wenn ich mal längere Zeit krank sein sollte, kann ich immer noch gut in Mathe sein.*
5. *Wenn der Lehrer neue Dinge im Mathe-Unterricht ganz schnell bespricht, werde ich nicht mehr alles verstehen können.*

6. *Auch wenn der Lehrer nicht glaubt, dass ich in Mathe gut bin, bin ich mir sicher, dass ich in Mathe gut sein kann.*
7. *Auch wenn ich mal eine schlechte Note in Mathe bekommen habe, bin ich mir sicher, dass ich wieder eine bessere Note bekommen kann.*

Interesse am Mathematikunterricht

5. Hier ist deine Meinung zum Mathe-Unterricht in der Schule gefragt: Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

1. *Ich freue mich immer auf den Mathe-Unterricht.*
2. *Der Mathe-Unterricht ist mir persönlich sehr wichtig.*
3. *Der Mathe-Unterricht interessiert mich.*

Interesse an Mathematik

6. Hier ist deine Meinung zu Mathe im Allgemeinen gefragt: Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

1. *Ich freue mich immer auf die Beschäftigung mit Mathe.*
2. *Mathe ist mir persönlich sehr wichtig.*
3. *Mathe interessiert mich.*

9. Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

1. *Mathe-Aufgaben finde ich manchmal zu schwierig.*
2. *Ich lerne gerne Mathe.*
3. *Ich beschäftige mich auch außerhalb des Mathe-Unterrichts gerne mit Mathe.*

Tabelle 5.3.: Cronbachs Alpha für die Items 3, 5, 6, 8, 9 und die Kombination von 6 & 9

Item	Schuljahr 2016/17 Anfang	Schuljahr 2016/17 Ende	Schuljahr 2017/18 Anfang	Schuljahr 2017/18 Ende
Item 3: Selbstkonzept	0,692	0,650	0,755	0,611
Item 5: Interesse am Mathematikunterricht	0,681	0,818	0,747	0,778
Item 6: Interesse an Mathematik	0,699	0,767	0,783	0,765
Item 8: Selbstwirksamkeit	0,751	0,658	0,780	0,811
Item 9: Einstellung zur Mathematik	0,647	0,624	0,457	0,312
Item 6 & Item 9	0,783	0,809	0,788	0,688

In Tabelle 5.3 sind die Werte für das Reliabilitätsmaß Cronbachs Alpha angegeben. Ein hoher Wert bedeutet dabei, dass zwischen den Unteritems eine hohe positive Korrelation besteht und die Unteritems dasselbe Merkmal messen. Nur bei Item 9 treten im zweiten Schuljahr Werte kleiner als 0,6 auf.

Aufgrund der günstigen Werte für Cronbachs Alpha der Items 3, 5 und 8 werden hier die Merkmalsausprägungen der Unteritems per Mittelwertbildung zu einer Ausprägung des Gesamtitems zusammengefasst. Aufgrund der ungünstigen Werte für Cronbachs Alpha des Items 9 wird dieses für die statistische Auswertung mit Item 6 kombiniert und über die Items 6.1, 6.2, 6.3, 9.1, 9.2, 9.3 gemittelt. Wie in der Tabelle zu sehen, ergibt sich eine deutlich höhere Kohärenz.

Da keine Normalverteilung angenommen werden kann, entfallen statistische Tests, die diese voraussetzen. Mit dem Mann-Whitney-U-Test und dem Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test lassen sich Stichproben vergleichen, die nicht der Normalverteilung unterliegen. Der Mann-Whitney-U-Test kommt bei unabhängigen Stichproben zum Einsatz und erlaubt einen Vergleich der Ergebnisse beider Maßnahmen zu ein und demselben Zeitpunkt. Der Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test kann bei abhängigen Stichproben verwendet werden und ermöglicht einen Vergleich von Teilnehmern einer Maßnahme über die Zeit.

Beide Tests gehen davon aus, dass keine Unterschiede in der abhängigen Variable bestehen. Die Alternativhypothese lautet: Es gibt Unterschiede zwischen den verglichenen Stichproben in der untersuchten Variablen. Es wird das in der empirischen Forschung gängige Signifikanzniveau von 5 % verwendet. In der wissenschaftlichen Praxis ist es üblich, Likert-Skalen als intervallskaliert zu betrachten. Allerdings stellt sich dabei immer die Frage, ob die Merkmalsausprägungen tatsächlich äquidistant sind. Sowohl der Mann-Whitney-U-Test als auch der Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test arbeiten mit Rangsummen, sodass ordinalskalierte Daten ausreichend sind. Damit wird obiges Problem umgangen, da Likert-Skalen zweifelsfrei ordinalskaliert sind.

5.4. Ergebnisse

5.4.1. Attributionsmuster

Bei Item 2 wurde Antwortmöglichkeit 5 insgesamt zwölf Mal gewählt, bei Item 4 insgesamt 17 Mal. Die dort gemachten Angaben konnten jedoch ebenfalls einem der vier Attributionskategorien zugewiesen werden. Wie diese Zuweisung vorgenommen wurde, ist den Tabellen 5.4 und 5.5 zu entnehmen. Vom Wortlaut ähnliche Antworten wurden zusammengefasst.

Tabelle 5.4.: Zuordnung der Antworten von Option 5 *anderer Grund* von Item 2 zu den Attributionskategorien

anderer Grund	Attributionskategorie
Hab es einfach gelöst.	internal stabil
ich sie lösen sollte	external variabel
Wir dürfen Taschenrechner benutzen	external variabel
ich nicht so leicht aufgebe	internal stabil
Herr X hat geholfen	external stabil
ich die Grundlagen verstanden habe	internal stabil
logisch gedacht	internal stabil
alles Mögliche (Formeln Lösungen) probiert	internal variabel
ich ein gutes mathematisches Gefühl habe	internal stabil
weil ich lange nachgedacht habe	internal variabel

Für die nominalskalierten Items 2 und 4 wurde die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit von Attributionskategorie und Maßnahmenzugehörigkeit

Tabelle 5.5.: Zuordnung der Antworten von Option 5 *anderer Grund* von Item 4 zu den Attributionskategorien

anderer Grund	Attributionskategorie
Das Mathe-Problem ist nicht lösbar	external stabil
... es eine Geometrieaufgabe war	external stabil
Flüchtigkeitsfehler	internal variabel
fehlende Formel	internal variabel
du es zu oberflächlich gemacht hast	internal variabel
ich sehr blöd war oder nicht genug Grundwissen besaß	internal variabel
ich hatte keine Lust	internal variabel
unkonzentriert	internal variabel
ich wollte nicht	internal variabel
weil ich kein Interesse daran hatte, die Aufgabe zu lösen	internal variabel
ich mich verrechnet haben muss	internal variabel
weil wir es in Mathe nicht gelernt hatten	external variabel
ich löse alle Probleme	external variabel

zu verschiedenen Zeitpunkten sowie von Attributionskategorie und Messzeitpunkt innerhalb einer Maßnahme mit Hilfe des Chi-Quadrat-Testes geprüft. Dabei traten erwartete Häufigkeiten mit einem Wert kleiner als 5 auf, weshalb in diesen Fällen der exakte Test nach Fisher zur Anwendung kam.

Erfolgsattribution

Abbildung 5.5 zeigt die relativen Häufigkeiten der gewählten Ursachenkategorien bei der Attribution von Erfolg. In beiden Maßnahmen wurden internale Ursachen häufiger gewählt als externale. Außerdem ist jeweils eine Zunahme internal variabler und eine Abnahme external variabler Erfolgsattribution zu beobachten.

Vergleich über die Zeit

Im Folgenden werden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende der Schuljahre 2016/17 und 2017/18 verglichen. Darüber hinaus werden für die Teilnehmenden, die über beide Schuljahre hinweg teilgenommen haben, ein Vergleich

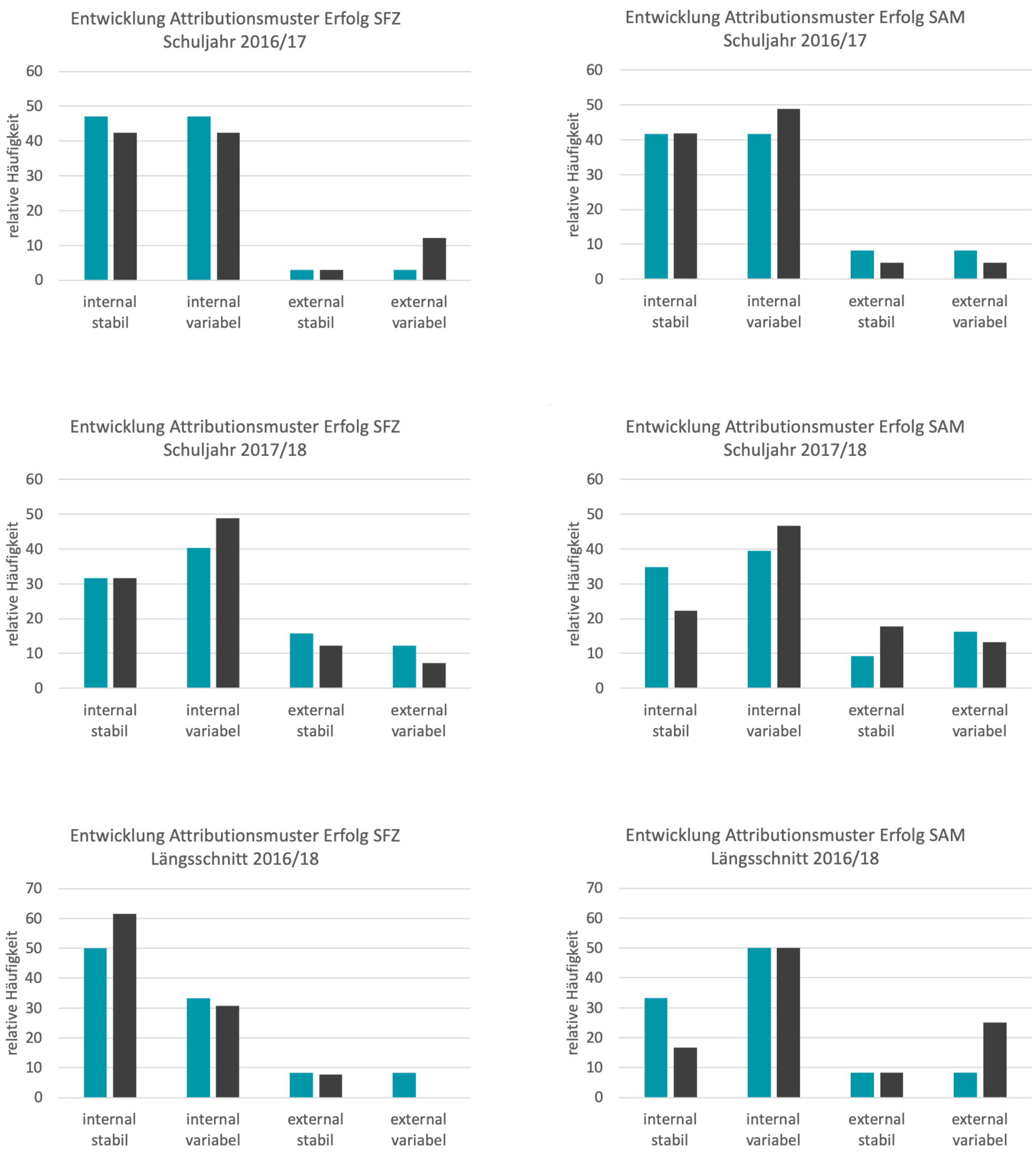


Abbildung 5.5.: Relative Häufigkeiten der vier gewählten Ursachenkategorien bei der Attribution von Erfolg: ■ am Anfang des Schuljahres, ■ am Ende des Schuljahres

zwischen Anfang Schuljahr 2016/17 und Ende 2017/18 durchgeführt.

In den Tabellen 5.6, 5.8, 5.10, 5.12, 5.15, 5.17, 5.19, 5.22 sowie 5.24, 5.26, 5.28, 5.30, 5.32, 5.34, 5.36, 5.38, 5.40, 5.42 ist zu erkennen, dass erwartete Häufigkeiten kleiner als 5 auftreten und somit der Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest nicht angewendet werden kann. Der exakte Test nach Fisher erlaubt eine Überprüfung der stochastischen Unabhängigkeit auch bei erwarteten Häufigkeiten, die kleiner als 5 sind, allerdings nur für dichotome Merkmale. Er kann damit zur Analyse der Attributionsdimensionen stabil und variabel sowie external und internal verwendet werden.

Tabelle 5.6.: Erfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	16	14	30
	erwartete Anzahl	15	15	
internal stabil	Anzahl	15	14	29
	erwartete Anzahl	14,5	14,5	
external variabel	Anzahl	1	4	5
	erwartete Anzahl	2,5	2,5	
external stabil	Anzahl	1	1	2
	erwartete Anzahl	1	1	
Gesamt		33	33	66

Tabelle 5.7.: Erfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	31	29	60
	erwartet	29,6	30,4	
external	Anzahl	2	5	7
	erwartet	3,4	3,6	
Σ		33	34	67

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	16	15	31
	erwartet	15,3	15,7	
variabel	Anzahl	17	19	36
	erwartet	17,7	18,3	
Σ		33	34	67

Schülerforschungszentrum Schuljahr 2016/17

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.7 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,427$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,808$).

Tabelle 5.8.: Erfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2017/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	23	9	32
	erwartete Anzahl	22	10	
internal stabil	Anzahl	18	11	29
	erwartete Anzahl	19,9	9,1	
external variabel	Anzahl	7	2	9
	erwartete Anzahl	6,2	2,8	
external stabil	Anzahl	9	4	13
	erwartete Anzahl	8,9	4,1	
Gesamt		57	26	83

Schülerforschungszentrum Schuljahr 2017/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.9 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,354$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,838$).

Schülerforschungszentrum Längsschnitt 2016/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Untersuchungszeitraumes verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Ta-

Tabelle 5.9.: Erfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Schuljahres 2017/18

		Anfang	Ende	Σ			Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	41	33	74	stabil	Anzahl	27	18	45
	erwartet	43	31			erwartet	26,2	18,8	
external	Anzahl	16	8	24	variabel	Anzahl	30	23	53
	erwartet	14	10			erwartet	30,8	22,2	
Σ		57	41	98	Σ		57	41	98

belle 5.11 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,593$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,688$).

Schülerakademie Mathematik Schuljahr 2016/17

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.13 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,478$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,814$).

Schülerakademie Mathematik Schuljahr 2017/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.14 dargestellt. Hier ist der Chi-Quadrat-Test möglich. Die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit kann nicht verworfen werden (Signifikanz $p = 0,423$).

Schülerakademie Mathematik Längsschnitt 2016/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Untersuchungszeitraumes verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Ta-

Tabelle 5.10.: Erfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Untersuchungszeitraumes 2016/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	4	4	8
	erwartete Anzahl	3,8	4,2	
internal stabil	Anzahl	6	8	14
	erwartete Anzahl	6,7	7,3	
external variabel	Anzahl	1	0	1
	erwartete Anzahl	0,5	0,5	
external stabil	Anzahl	1	1	2
	erwartete Anzahl	1	1	
Gesamt		12	13	25

Tabelle 5.11.: Erfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Untersuchungszeitraumes 2016/18

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	10	12	22
	erwartet	10,6	11,4	
external	Anzahl	2	1	3
	erwartet	1,4	1,6	
Σ		12	13	25

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	7	9	16
	erwartet	7,7	8,3	
variabel	Anzahl	5	4	9
	erwartet	4,3	4,7	
Σ		12	13	25

belle 5.11 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,640$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,667$).

Vergleich zwischen beiden Maßnahmen

Anfang Schuljahr 2016/17

Es wurden die Maßnahmen am Anfang des Schuljahres verglichen. Die absolu-

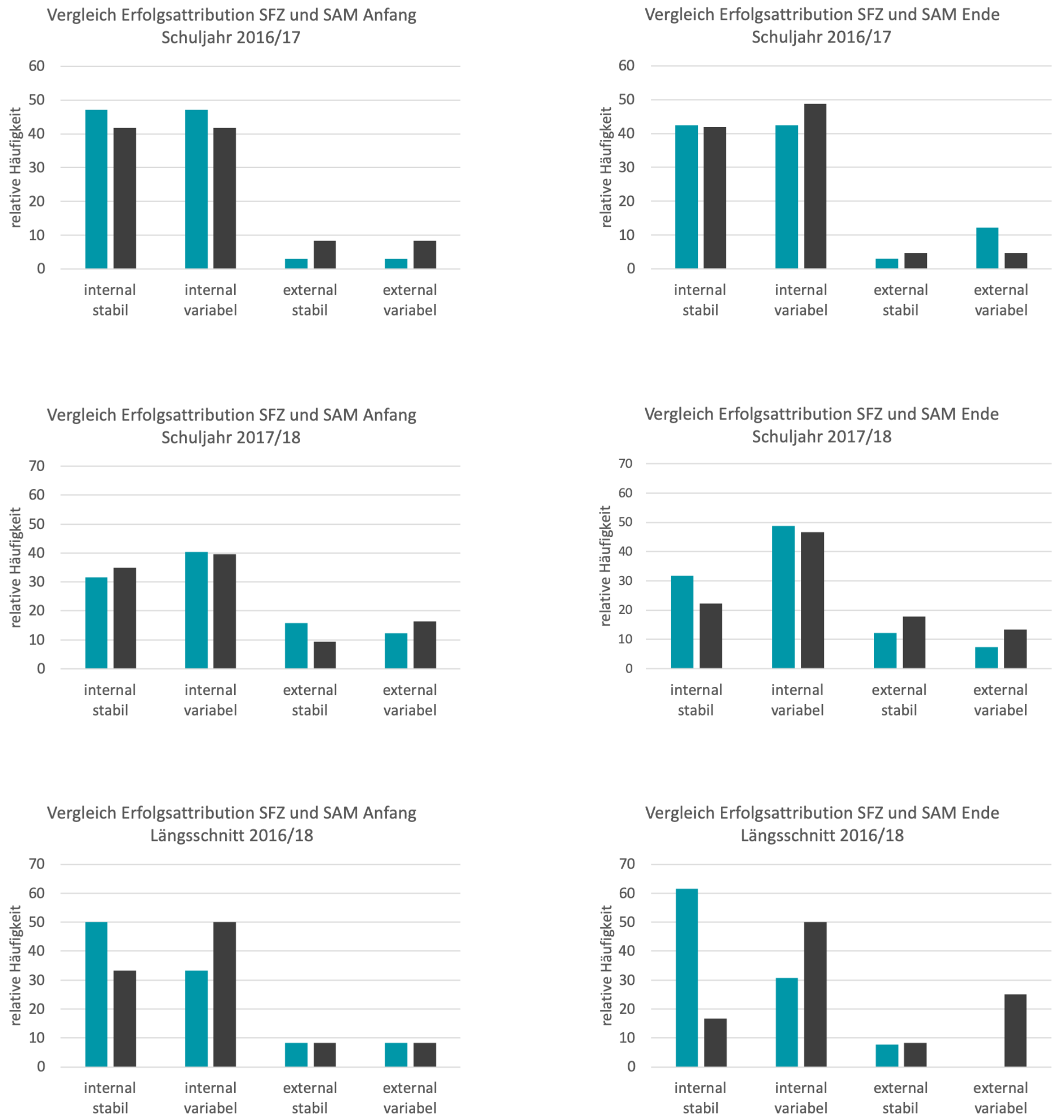


Abbildung 5.6.: Relative Häufigkeiten der vier gewählten Ursachenkategorien bei der Attribution von Erfolg: ■ im SFZ, ■ in der SAM

Tabelle 5.12.: Erfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	15	18	33
	erwartete Anzahl	16,5	16,5	
internal stabil	Anzahl	15	15	30
	erwartete Anzahl	15	15	
external variabel	Anzahl	3	2	5
	erwartete Anzahl	2,5	2,5	
external stabil	Anzahl	3	1	4
	erwartete Anzahl	2	2	
Gesamt		36	36	72

Tabelle 5.13.: Erfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	30	33	63
	erwartet	31,5	31,5	
external	Anzahl	6	3	9
	erwartet	4,5	4,5	
Σ		36	36	72

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	18	16	34
	erwartet	17	17	
variabel	Anzahl	18	20	38
	erwartet	19	19	
Σ		36	36	72

ten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.18 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,261$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 1,0$).

Ende Schuljahr 2016/17

Es wurden die Maßnahmen am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.20 dargestellt. Der exakter Test

Tabelle 5.14.: Erfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2017/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	17	21	38
	erwartete Anzahl	18,6	19,4	
internal stabil	Anzahl	15	10	25
	erwartete Anzahl	12,2	12,8	
external variabel	Anzahl	7	6	13
	erwartete Anzahl	6,4	6,6	
external stabil	Anzahl	4	8	12
	erwartete Anzahl	5,9	6,1	
Gesamt		43	45	88

nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,49$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 1,0$).

Anfang Schuljahr 2017/18
Es wurden die Maßnahmen am Anfang des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.21 dargestellt. Hier ist der Chi-Quadrat-Test möglich. Die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit kann nicht verworfen werden (Signifikanz $p = 0,763$).

Ende Schuljahr 2017/18
Es wurden die Maßnahmen am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.22 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,322$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,827$).

Tabelle 5.15.: Erfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Untersuchunszeitraumes 2016/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	6	6	12
	erwartete Anzahl	6	6	
internal stabil	Anzahl	4	2	6
	erwartete Anzahl	3	3	
external variabel	Anzahl	1	3	4
	erwartete Anzahl	2	2	
external stabil	Anzahl	1	1	2
	erwartete Anzahl	1	1	
Gesamt		12	12	24

Tabelle 5.16.: Erfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Untersuchungszeitraumes 2016/18

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	10	8	18
	erwartet	9	9	
external	Anzahl	2	4	6
	erwartet	3	3	
Σ		12	12	24

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	5	3	8
	erwartet	4	4	
variabel	Anzahl	7	9	16
	erwartet	8	8	
Σ		12	12	24

Misserfolgsattribution

In Abbildung 5.7 sind die relativen Häufigkeiten der Merkmalsausprägungen der Misserfolgsattribution zu sehen. Im Vergleich zum Beginn des Schuljahres 2017/18 hat im Schülerforschungszentrum internal variable Misserfolgsattribution zugenommen. Gleichzeitig ist eine Abnahme externaler Misserfolgsattribution zu beobachten. Dasselbe Phänomen tritt im Schülerforschungszentum auch im Längsschnitt auf. Bei den befragten Teilnehmern der Schülerakademie Mathematik ist ein gegenteiliger Effekt sowohl in jedem Schuljahr als auch im Längsschnitt zu beobachten.

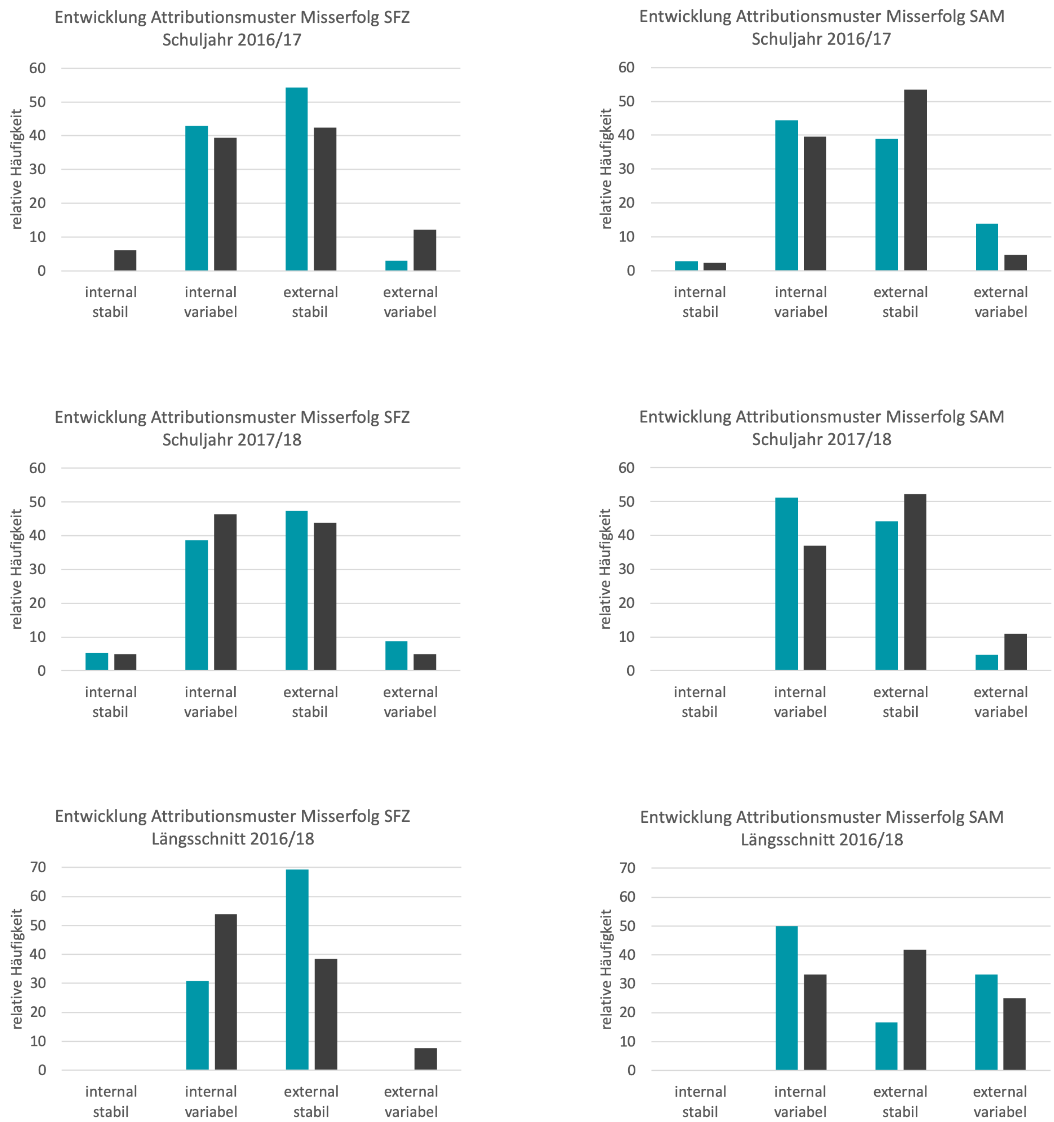


Abbildung 5.7.: Relative Häufigkeiten der vier gewählten Ursachenkategorien bei der Attribution von Misserfolg: ■ am Anfang des Schuljahres, ■ am Ende des Schuljahres

Tabelle 5.17.: Erfolgsattribution zu Beginn des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	16	15	31
	erwartete Anzahl	15,1	15,9	
internal stabil	Anzahl	16	15	31
	erwartete Anzahl	15,1	15,9	
external variabel	Anzahl	1	3	4
	erwartete Anzahl	1,9	2,1	
external stabil	Anzahl	1	3	4
	erwartete Anzahl	1,9	2,1	
Gesamt		34	36	70

Tabelle 5.18.: Erfolgsattribution zu Beginn des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel zwischen SFZ und SAM

		SFZ	SAM	Σ
internal	Anzahl	32	30	62
	erwartet	30,1	31,9	
external	Anzahl	2	6	8
	erwartet	3,9	4,1	
Σ		34	36	70

		SFZ	SAM	Σ
stabil	Anzahl	17	18	35
	erwartet	17	18	
variabel	Anzahl	17	18	35
	erwartet	17	18	
Σ		34	36	70

Vergleich über die Zeit

Schülerforschungszentrum Schuljahr 2016/17

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.25 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 1,0$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 1,0$).

Tabelle 5.19.: Erfolgsattribution am Ende des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	14	21	35
	erwartete Anzahl	15,2	19,8	
internal stabil	Anzahl	14	18	32
	erwartete Anzahl	13,9	18,1	
external variabel	Anzahl	4	2	6
	erwartete Anzahl	2,6	3,4	
external stabil	Anzahl	1	2	3
	erwartete Anzahl	1,3	1,7	
Gesamt		33	43	76

Tabelle 5.20.: Erfolgsattribution am Ende des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel zwischen SFZ und SAM

		SFZ	SAM	Σ
internal	Anzahl	28	39	67
	erwartet	29,1	37,9	
external	Anzahl	5	4	9
	erwartet	3,9	5,1	
Σ		33	43	76

		SFZ	SAM	Σ
stabil	Anzahl	15	20	35
	erwartet	15,2	19,8	
variabel	Anzahl	18	23	41
	erwartet	17,8	23,2	
Σ		33	43	76

Schülerforschungszentrum Schuljahr 2017/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.27 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,54$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,838$).

Tabelle 5.21.: Erfolgsattribution zu Beginn des Schuljahres 2017/18, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	23	17	40
	erwartete Anzahl	22,8	17,2	
internal stabil	Anzahl	18	15	33
	erwartete Anzahl	18,8	14,2	
external variabel	Anzahl	7	7	14
	erwartete Anzahl	8	6	
external stabil	Anzahl	9	4	13
	erwartete Anzahl	7,4	5,6	
Gesamt		57	43	100

Schülerforschungszentrum Längsschnitt 2016/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Untersuchungszeitraumes verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.29 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,428$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,238$).

Schülerakademie Mathematik Schuljahr 2016/17

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.31 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,656$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,261$).

Tabelle 5.22.: Erfolgsattribution am Ende des Schuljahres 2017/18, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	20	21	41
	erwartete Anzahl	19,5	21,5	
internal stabil	Anzahl	13	10	23
	erwartete Anzahl	11	12	
external variabel	Anzahl	3	6	9
	erwartete Anzahl	4,3	4,7	
external stabil	Anzahl	5	8	13
	erwartete Anzahl	6,2	6,8	
Gesamt		41	45	86

Tabelle 5.23.: Erfolgsattribution am Ende des Schuljahres 2017/18, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel zwischen SFZ und SAM

		SFZ	SAM	Σ
internal	Anzahl	33	31	64
	erwartet	30,5	33,5	
external	Anzahl	8	14	22
	erwartet	10,5	11,5	
Σ		41	45	86

		SFZ	SAM	Σ
stabil	Anzahl	18	18	36
	erwartet	17,2	18,8	
variabel	Anzahl	23	27	50
	erwartet	23,8	26,2	
Σ		41	45	86

Schülerakademie Mathematik Schuljahr 2017/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.32 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,204$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,526$).

Tabelle 5.24.: Misserfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	15	13	28
	erwartete Anzahl	14,4	13,6	
internal stabil	Anzahl	0	2	2
	erwartete Anzahl	1	1	
external variabel	Anzahl	1	4	5
	erwartete Anzahl	2,6	2,4	
external stabil	Anzahl	19	14	33
	erwartete Anzahl	17	16	
Gesamt		35	33	68

Tabelle 5.25.: Misserfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	15	15	30
	erwartet	15,4	14,6	
external	Anzahl	20	18	38
	erwartet	19,6	18,4	
Σ		35	33	68

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	18	16	34
	erwartet	17,5	16,5	
variabel	Anzahl	17	17	34
	erwartet	17,5	16,5	
Σ		35	33	68

Schülerakademie Mathematik Längsschnitt 2016/18

Es wurden die Messzeitpunkte am Anfang und am Ende des Untersuchungszeitraumes verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.35 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,68$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,371$).

Tabelle 5.26.: Misserfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2017/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	22	19	41
	erwartete Anzahl	23,8	17,2	
internal stabil	Anzahl	3	2	5
	erwartete Anzahl	2,9	2,1	
external variabel	Anzahl	5	2	7
	erwartete Anzahl	4,1	2,9	
external stabil	Anzahl	27	18	45
	erwartete Anzahl	26,2	18,8	
Gesamt		57	41	98

Tabelle 5.27.: Misserfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Schuljahres 2017/18

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	25	21	46
	erwartet	26,8	19,2	
external	Anzahl	32	20	52
	erwartet	30,2	21,8	
Σ		57	41	98

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	30	20	50
	erwartet	29,1	20,9	
variabel	Anzahl	27	21	48
	erwartet	27,9	20,1	
Σ		57	41	98

Vergleich zwischen den Maßnahmen

Anfang Schuljahr 2016/17

Es wurden die Maßnahmen am Anfang des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.37 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,813$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,346$).

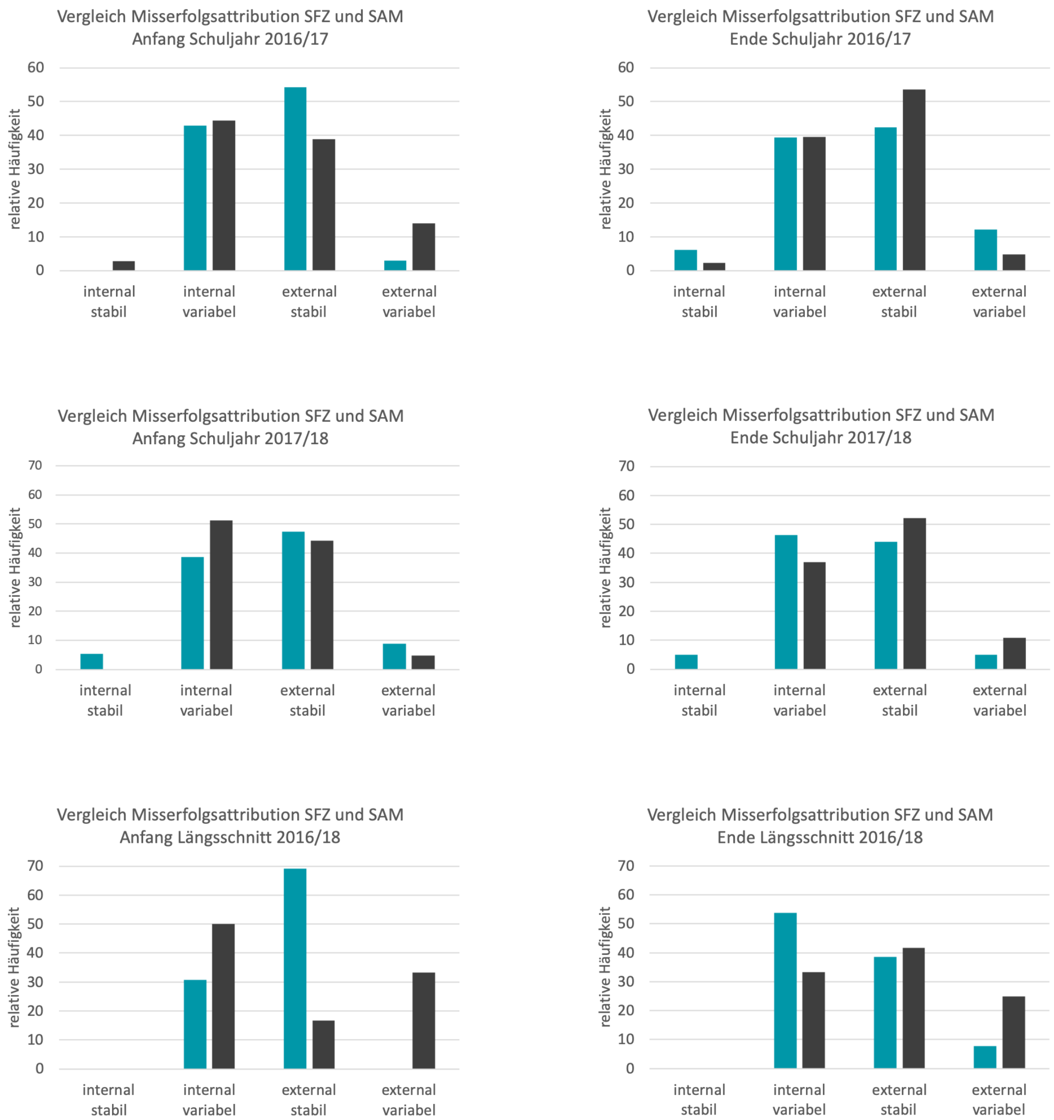


Abbildung 5.8.: Relative Häufigkeiten der vier gewählten Ursachenkategorien bei der Attribution von Misserfolg: ■ im SFZ, ■ in der SAM

Tabelle 5.28.: Misserfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Untersuchungszeitraumes 2016/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	4	7	11
	erwartete Anzahl	5,5	5,5	
internal stabil	Anzahl	0	0	0
	erwartete Anzahl	0	0	
external variabel	Anzahl	0	1	1
	erwartete Anzahl	0,5	0,5	
external stabil	Anzahl	9	5	14
	erwartete Anzahl	7	7	
Gesamt		13	13	26

Tabelle 5.29.: Misserfolgsattribution im SFZ, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Untersuchungszeitraums 2016/18

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	4	7	11
	erwartet	5,5	5,5	
external	Anzahl	9	6	15
	erwartet	7,5	7,5	
Σ		13	13	26

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	9	5	14
	erwartet	7	7	
variabel	Anzahl	4	8	12
	erwartet	6	6	
Σ		13	13	26

Ende Schuljahr 2016/17

Es wurden die Maßnahmen am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.39 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,818$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,644$).

Tabelle 5.30.: Misserfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	16	17	33
	erwartete Anzahl	15	18	
internal stabil	Anzahl	1	1	2
	erwartete Anzahl	0,9	1,1	
external variabel	Anzahl	5	2	7
	erwartete Anzahl	3,2	3,8	
external stabil	Anzahl	14	23	37
	erwartete Anzahl	16,9	20,1	
Gesamt		36	43	79

Tabelle 5.31.: Misserfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Schuljahres 2016/17

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	17	18	35
	erwartet	15,9	19,1	
external	Anzahl	19	25	44
	erwartet	20,1	23,9	
Σ		36	43	79

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	15	24	39
	erwartet	17,8	21,2	
variabel	Anzahl	21	19	40
	erwartet	18,2	21,8	
Σ		36	43	79

Anfang Schuljahr 2017/18

Es wurden die Maßnahmen am Anfang des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.41 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,545$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,426$).

Tabelle 5.32.: Misserfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Schuljahres 2017/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	22	17	39
	erwartete Anzahl	18,8	20,2	
internal stabil	Anzahl	0	0	0
	erwartete Anzahl	0	0	
external variabel	Anzahl	2	5	7
	erwartete Anzahl	3,4	3,6	
external stabil	Anzahl	19	24	43
	erwartete Anzahl	20,8	22,2	
Gesamt		43	46	89

Tabelle 5.33.: Misserfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Schuljahres 2017/18

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	22	17	39
	erwartet	18,8	20,2	
external	Anzahl	21	29	50
	erwartet	24,2	25,8	
Σ		43	46	89

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	19	24	43
	erwartet	20,8	22,2	
variabel	Anzahl	24	22	46
	erwartet	22,2	23,8	
Σ		43	46	89

Ende Schuljahr 2017/18

Es wurden die Maßnahmen am Ende des Schuljahres verglichen. Die absoluten und erwarteten Häufigkeiten sind in Tabelle 5.43 dargestellt. Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen internal und external ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,201$). Der exakter Test nach Fisher bezüglich der Dimensionen stabil und variabel ergibt, dass die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit nicht verworfen werden kann (Signifikanz $p = 0,831$).

Tabelle 5.34.: Misserfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Messzeitpunkte Anfang und Ende des Untersuchungszeitraumes 2016/18

		Anfang	Ende	Gesamt
internal variabel	Anzahl	6	4	10
	erwartete Anzahl	5	5	
internal stabil	Anzahl	0	0	0
	erwartete Anzahl	0	0	
external variabel	Anzahl	4	3	7
	erwartete Anzahl	3,5	3,5	
external stabil	Anzahl	6	4	10
	erwartete Anzahl	5	5	
Gesamt		12	12	24

Tabelle 5.35.: Misserfolgsattribution in der SAM, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel am Anfang und Ende des Untersuchungszeitraums 2016/18

		Anfang	Ende	Σ
internal	Anzahl	6	4	10
	erwartet	5	5	
external	Anzahl	6	8	14
	erwartet	7	7	
Σ		12	12	24

		Anfang	Ende	Σ
stabil	Anzahl	2	5	7
	erwartet	3,5	3,5	
variabel	Anzahl	10	7	17
	erwartet	8,5	8,5	
Σ		12	12	24

5.4.2. Selbstkonzept

Abbildung 5.9 zeigt die Mittelwerte der Ausprägungen von Item 3. Betrachtet man die Mittelwerte der Teilnehmer in beiden Schuljahren, so fällt auf, dass diese über die Schuljahre 2016/17 und 2017/18 annähernd konstant bleiben. In beiden Maßnahmen liegt die mittlere Ausprägung des Selbstkonzeptes mit Werten um 3 oder höher ingesamt auf einem hohen Niveau. Bei den Teilnehmern der Schülerakademie Mathematik ist die Ausprägung im Selbstkonzept dabei im Mittel höher als bei den Teilnehmern des Schülerforschungszentrums.

Der Mann-Whitney-U-Test ergibt, dass dieser Unterschied jedoch zu keinem

Tabelle 5.36.: Misserfolgsattribution zu Beginn des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	15	16	31
	erwartete Anzahl	15,3	15,7	
internal stabil	Anzahl	0	1	1
	erwartete Anzahl	0,5	0,5	
external variabel	Anzahl	1	5	6
	erwartete Anzahl	3	3	
external stabil	Anzahl	19	14	33
	erwartete Anzahl	16,3	16,7	
Gesamt		34	36	71

Tabelle 5.37.: Misserfolgssattribution zu Beginn des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel zwischen SFZ und SAM

		SFZ	SAM	Σ
internal	Anzahl	15	17	32
	erwartet	15,8	16,2	
external	Anzahl	20	19	39
	erwartet	19,2	19,8	
Σ		35	36	71

		SFZ	SAM	Σ
stabil	Anzahl	19	15	34
	erwartet	16,8	17,2	
variabel	Anzahl	16	21	37
	erwartet	18,2	18,8	
Σ		35	36	71

Zeitpunkt signifikant ist (Signifikanz $p \in [0,101; 0,841]$).
Bei den Teilnehmern, die über beide Schuljahre teilgenommen haben, ist ein Abfallen des Mittelwertes bei denen der Schülerakademie Mathematik zu beobachten. Der Unterschied zum Mittelwert der Teilnehmer des Schülerforschungszentrums am Ende des Schuljahres 2017/18 ist signifikant (Signifikanz $p = 0,011$).

5.4.3. Selbstwirksamkeit

In Abbildung 5.10 sind die Mittelwerte der Ausprägungen von Item 8 zu sehen. In Sachen Selbstwirksamkeit zeigt sich ein ähnliches Bild wie beim Selbstkon-

Tabelle 5.38.: Misserfolgsattribution am Ende des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	13	17	30
	erwartete Anzahl	13	17	
internal stabil	Anzahl	2	1	3
	erwartete Anzahl	1,3	1,7	
external variabel	Anzahl	4	2	6
	erwartete Anzahl	2,6	3,4	
external stabil	Anzahl	14	23	37
	erwartete Anzahl	16,1	20,9	
Gesamt		33	43	76

Tabelle 5.39.: Misserfolgssattribution am Ende des Schuljahres 2016/17, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel zwischen SFZ und SAM

		SFZ	SAM	Σ
internal	Anzahl	15	18	33
	erwartet	14,3	18,7	
external	Anzahl	18	25	43
	erwartet	18,7	24,3	
Σ		33	43	76

		SFZ	SAM	Σ
stabil	Anzahl	16	24	40
	erwartet	17,4	22,6	
variabel	Anzahl	17	19	36
	erwartet	15,6	20,4	
Σ		33	43	76

zept. Werden alle Teilnehmer in einem Schuljahr betrachtet, bleiben die Mittelwerte auf einem konstant hohen Niveau. Auch hier sind die Mittelwerte der Teilnehmer der Schülerakademie Mathematik etwas höher als die der Teilnehmer des Schülerforschungszentrums. Der Mann-Whitney-U-Test zeigt jedoch, dass dieser Unterschied nicht signifikant ist (Signifikanz $p \in [0,068; 0,816]$).

In der Längsschnittbetrachtung ist bei den Teilnehmern der Schülerakademie Mathematik ein kleiner Anstieg des Mittelwertes zu erkennen. Der Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test zeigt, dass diese Abweichung jedoch nicht signifikant ist (Signifikanz $p = 0,367$).

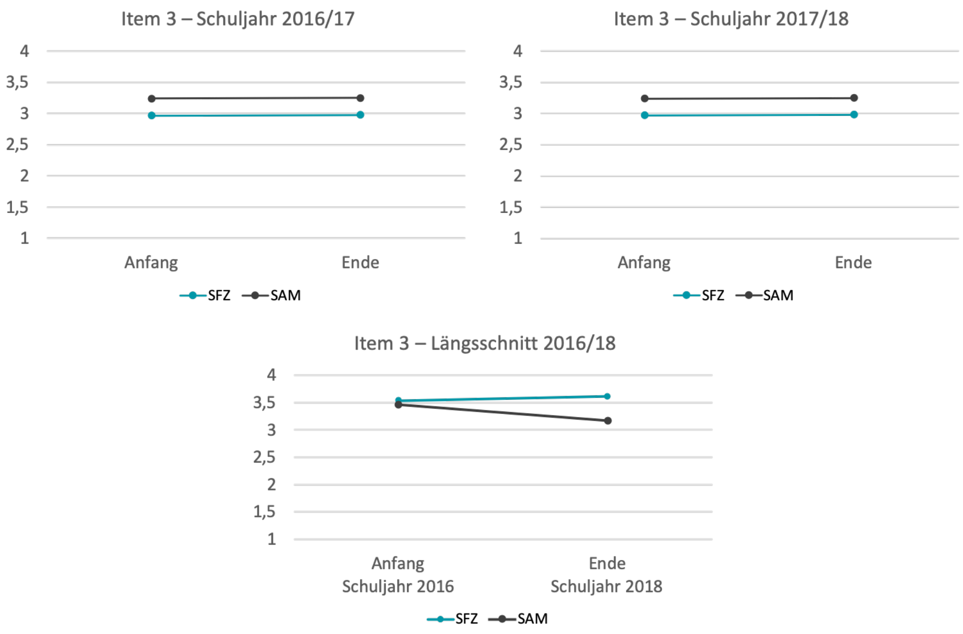


Abbildung 5.9.: Mittelwerte der Merkmalsausprägungen von Item 3 – Selbstkonzept

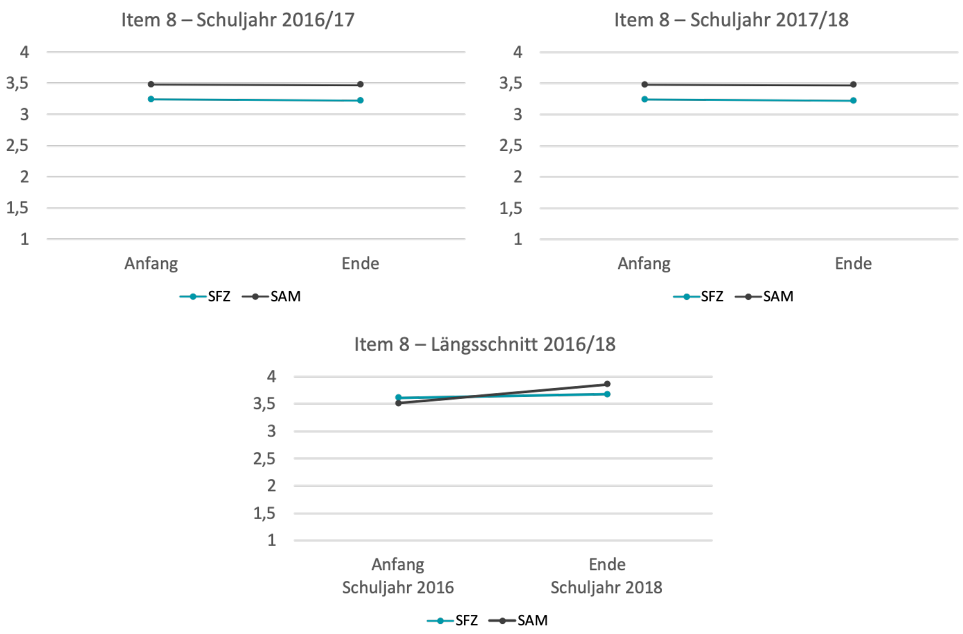


Abbildung 5.10.: Mittelwerte der Merkmalsausprägungen von Item 8 – Selbstwirksamkeit

Tabelle 5.40.: Misserfolgsattribution zu Beginn des Schuljahres 2017/18, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	22	22	44
	erwartete Anzahl	25,1	18,9	
internal stabil	Anzahl	3	0	3
	erwartete Anzahl	1,7	1,3	
external variabel	Anzahl	5	2	7
	erwartete Anzahl	4	3	
external stabil	Anzahl	27	19	46
	erwartete Anzahl	26,2	19,8	
Gesamt		57	43	100

Tabelle 5.41.: Misserfolgssattribution zu Beginn des Schuljahres 2017/18, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel zwischen SFZ und SAM

		SFZ	SAM	Σ
internal	Anzahl	25	22	47
	erwartet	26,8	20,2	
external	Anzahl	32	21	53
	erwartet	30,2	22,8	
Σ		57	43	100

		SFZ	SAM	Σ
stabil	Anzahl	30	19	49
	erwartet	27,9	21,1	
variabel	Anzahl	27	24	51
	erwartett	29,1	21,9	
Σ		57	43	100

5.4.4. Interesse

Abbildung 5.11 stellt die Mittelwerte der Ausprägungen der Items 5 (Interesse am Mathematikunterricht) und der Itemkombination 6 & 9 (Interesse an Mathematik) dar. Bei den Teilnehmern des Schülerforschungszentrums ist im Schuljahr 2016/17 ein Anstieg der mittleren Ausprägung des Interesses an Mathematik und des Interesses an Mathematikunterricht zu verzeichnen. Dabei kann die Nullhypothese der Gleichheit der Ausprägungen zwischen den Maßnahmen nach dem Mann-Whitney-U-Test verworfen werden. Der Unterschied zwischen den Teilnehmern von Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathe-

Tabelle 5.42.: Misserfolgsattribution am Ende des Schuljahres 2017/18, Vergleich der Maßnahmen

		SFZ	SAM	Gesamt
internal variabel	Anzahl	19	17	36
	erwartete Anzahl	17	19	
internal stabil	Anzahl	2	0	2
	erwartete Anzahl	0,9	1,1	
external variabel	Anzahl	2	5	7
	erwartete Anzahl	3,3	3,7	
external stabil	Anzahl	18	24	42
	erwartete Anzahl	19,8	22,2	
Gesamt		41	46	87

Tabelle 5.43.: Misserfolgssattribution am Ende des Schuljahres 2017/18, Vergleich der Kategorien internal und external sowie stabil und variabel zwischen SFZ und SAM

		SFZ	SAM	Σ
internal	Anzahl	21	17	38
	erwartet	17,9	20,1	
external	Anzahl	20	29	49
	erwartet	23,1	25,9	
Σ		41	46	87

		SFZ	SAM	Σ
stabil	Anzahl	20	24	44
	erwartet	20,7	23,3	
variabel	Anzahl	21	22	43
	erwartet	20,3	22,7	
Σ		41	46	87

matik am Ende dieses Schuljahres ist signifikant (Item 5: Signifikanz $p = 0,002$; Item 6 & 9: Signifikanz $p = 0,005$). Dieses Ergebnis konnte im zweiten Schuljahr nicht reproduziert werden. Hier bleiben die Mittelwerte annähernd konstant.

Im Längsschnitt über beide Schuljahre ist bei den Teilnehmern beider Maßnahmen ein Absinken des Interesses am Mathematikunterricht aufgetreten. Der Wilcoxon-Vorzeichen-Rang-Test ergibt hierbei einen signifikanten Unterschied der zentralen Tendenzen bei den Teilnehmern der Schülerakademie Mathematik (Signifikanz $p = 0,036$), jedoch nicht bei den Teilnehmern des Schülerforschungszentrums (Signifikanz $p = 0,083$).

Wird die Entwicklung der Teilnehmer über beide Schuljahre hinweg untersucht, ergibt sich für das Absinken des Interesses an Mathematikunterricht in der Schülerakademie Mathematik eine Signifikanz von $p = 0,036$. Mit einer Signifikanz von $p = 0,083$ ist der Unterschied im Schülerforschungszentrum nicht signifikant.

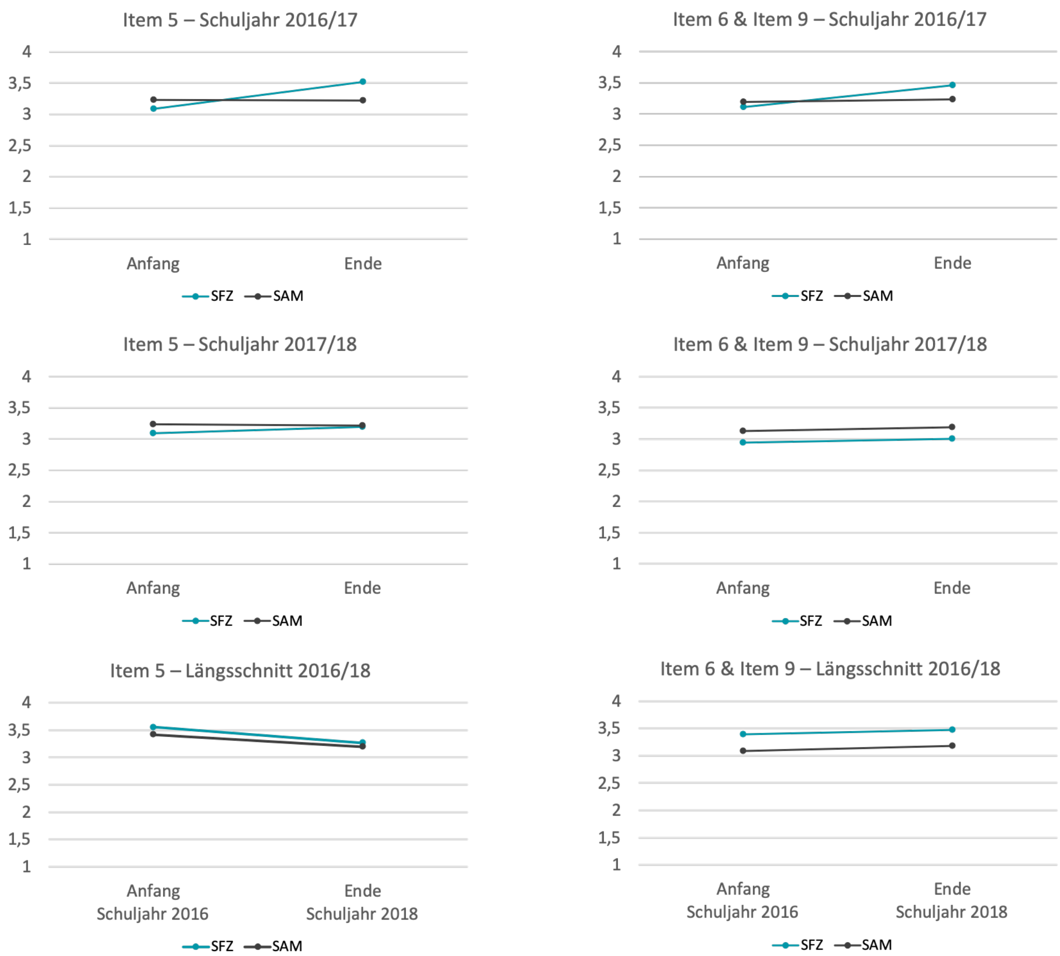


Abbildung 5.11.: Mittelwerte der Merkmalsausprägungen der Items 5 sowie 6 und 9

5.5. Auswertung

Der Vergleich zwischen den Teilnehmern beider Maßnahmen zum Beginn eines Schuljahres, klärt die Frage, ob bereits vor Beginn der Maßnahmen im Untersuchungszeitraum Unterschiede in den Attributionsmustern bestehen. Zu Beginn des Schuljahres 2016/17 wird Erfolg von den Teilnehmern beider Maßnahmen überwiegend internal attribuiert, dabei gleichermaßen internal stabil und internal variabel. Die Teilnehmer des Schülerforschungszentrums zeigen eine leichte Tendenz dazu, Erfolg external zu attribuieren. Bei den Teilnehmern der Schülerakademie Mathematik wird Erfolg eher auf internale Faktoren zurückgeführt. Dieser Unterschied ist jedoch nicht signifikant ($p = 0,261$).

Misserfolg wird von den Teilnehmern beider Maßnahmen kaum bis gar nicht internal stabil attribuiert, was auf ein gutes mathematisches Selbstbild hinweist. Dies wird durch die Ergebnisse von Item 3 unterstützt. Jeweils zu Beginn der beiden Schuljahre 2016/17 und 2017/18 gaben Teilnehmende des Schülerforschungszentrums häufiger external stabile Ursachen für Misserfolg an als die der Schülerakademie Mathematik.

Unter den Teilnehmern des Schülerforschungszentrums hat in beiden untersuchten Schuljahren die internal variable Misserfolgsattribution zugenommen und die external stabile abgenommen. Dieser Trend zeigt sich sowohl in der Entwicklung über jedes der beiden Schuljahre hinweg als auch als Langzeiteffekt über beide Schuljahre. Allerdings kann die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit von Attributionsmustern und Zeitpunkt der Befragung nicht mit hinreichend kleiner Fehlerwahrscheinlichkeit verworfen werden. Die mangelnde Signifikanz könnte allerdings auch auf die geringe Stichprobengröße zurückzuführen sein. Eine mögliche Erklärung für diese Tendenz könnte ein veränderter Umgang mit Fehlern sein. Im Sinne des Maßnahmenkonzeptes sollen die Schüler erleben, dass Fehler nicht schlimm sind und Anstrengungsbereitschaft notwendig ist, um aus diesen Fehlern zu lernen.

Bei den Teilnehmern der Schülerakademie Mathematik ist ein gegenteiliger Effekt zu beobachten. Hier nimmt die relative Häufigkeit, mit der internal variable Ursachen für Misserfolg gewählt werden, ab und die Attribution auf external stabile Ursachen zu. Aber auch hier ist der Unterschied in Abhängigkeit von der Zeit nicht signifikant. Eine mögliche Erklärung für das umgekehrte Phänomen könnte sein, dass die Teilnehmer der Schülerakademie Mathematik mit mathematischen Themengebieten konfrontiert werden, die sehr abstrakt sein können. Sie lernen das Ausmaß, das eine Aufgabe annehmen kann, kennen. So kann das Nicht-Lösen einer Aufgabe trotz eines guten mathematischen Selbstbildes auf die Aufgabenschwierigkeit zurückgeführt werden. Für die Erfolgsattribution sind keine herausstechenden Tendenzen in der Entwicklung über die Zeit erkennbar.

Die Stabilität des mathematischen Selbstkonzeptes könnte auf eine Invarianz gegenüber außerschulischen Interventionen zurückgeführt werden. Jedoch sind die Ausprägungen des mathematischen Selbstkonzeptes in beiden Maßnahmen bereits zu Beginn auf einem hohen Niveau und vielleicht deshalb nicht steigerbar. Bezüglich des Selbstkonzeptes besteht allerdings von Natur aus eine positive Verzerrung. Außerdem stellt sich die Frage, inwiefern sich die Teilnehmenden mit sozialer Erwünschtheit konfrontiert sehen.

Der Abfall der Ausprägung des mathematischen Selbstkonzeptes in der Schülerakademie Mathematik im Längsschnitt könnte darauf zurückgeführt werden, dass es sich hierbei um eine recht kleine Stichprobe handelt und dabei extremere Ausprägungen stärker in die Berechnung des arithmetischen Mittels eingehen. Eine Ursache auf Maßnahmenebene könnte die Konfrontation mit abtrakterer Mathematik als im Schulunterricht sein, wodurch das Selbstkonzept erschüttert wird.

Die Ausprägungen der mathematikbezogenen Selbstwirksamkeit zeigen ähnliche Muster wie die des mathematischen Selbstkonzeptes. Über jeweils ein Schuljahr hinweg bleiben die Mittelwerte stabil. Die der Teilnehmer der Schülerakademie Mathematik liegen auch hier etwas, aber nicht signifikant höher. Im Längsschnitt gibt es eine Abweichung des Mittelwerts der Teilnehmer der Schülerakademie Mathematik vom Anfangswert. Dieses Mal allerdings nach oben, was dem Absinken des Mittelwertes des mathematischen Selbstkonzeptes widerspricht.

Am Ende des ersten Schuljahres konnte ein signifikant höheres Interesse sowohl an Mathematikunterricht als auch an Mathematik festgestellt werden. Das Absinken des Interesses am Mathematikunterricht bei den Teilnehmern, die über beide Schuljahre hinweg an den Maßnahmen teilgenommen haben, könnte daran liegen, dass die Darbietung von mathematischen Inhalten in den jeweiligen Maßnahmen gegenüber dem regulären Mathematikunterricht als positiver erlebt wurde, da das Interesse an Mathematik gleichzeitig kein solches Absinken der Mittelwerte zu verzeichnen hat.

6. Bild der Lehrkräfte von Mathematik

6.1. Theoretischer Rahmen

Es existiert ein sehr weites Forschungsfeld, das sich mit Vorstellungen, Überzeugungen, Einstellungen und internen Repräsentationen von Mathematik sowohl von Lehrenden als auch von Lernenden beschäftigt. In diesem Kapitel soll mit zwei verschiedenen methodischen Zugängen ebenfalls auf beides eingegangen werden. In der englischsprachigen Literatur wird von *mathematical beliefs* gesprochen – ein Begriff, der auch Einzug in den deutschen Sprachraum erhalten hat. Allerdings ist der Belief-Begriff nicht eindeutig definiert und verschiedene Autoren vertreten verschiedene Auffassungen. In der deutschsprachigen Literatur hat sich auf Grundlage der Studie von Grigutsch et al. (1998) der Begriff *mathematisches Weltbild* etabliert. Darunter verstehen sie die Gesamtheit aller Einstellungen zur Mathematik oder ihren Bestandteilen (vgl. ebd.).

Die zugrundeliegende Auffassung von Einstellungen basiert auf dem Drei-Komponenten-Ansatz. Eine Darstellung des Drei-Komponenten-Ansatzes findet sich zum Beispiel bei Krech et al. (1962). Jede Einstellung zu einem Objekt oder Sachverhalt besitzt drei Komponenten, zwischen denen eine gegenseitige Abhängigkeit besteht:

- *kognitive Komponente*
  Vorstellungen von einem und subjektives Wissen über ein Einstellungsobjekt,

- *affektive Komponente*
  subjektive, emotionale Bewertung des Einstellungsobjektes (damit verknüpfte Gefühle),

- *handlungsorientierte Komponente*
  offen gezeigtes Verhalten, aber auch Handlungsbereitschaft; Absicht, sich in bestimmter Weise gegenüber einem Einstellungsobjekt zu verhalten.

Das von Grigutsch et al. (1998) entwickelte Kategoriensystem zur Klassifizierung von Einstellungen zu Mathematik wird noch heute viel zitiert und soll auch den theoretischen Rahmen der vorliegenden Untersuchung bilden. Diese unterscheiden die beiden Sichtweisen *Mathematik als statisches System* und *Mathematik als dynamischer Prozess.*

Mathematik als statisches System bedeutet dabei eine

> „'fertig interpretierte mathematische Theorie' [...] [Diese] besteht zum einen aus den akkumulierten Wissensbeständen, also Begriffen, Regeln, Formeln und Algorithmen. Zum anderen aus den Regeln zur Fixierung dieser Theorie, also aus einer (stillschweigenden) Übereinkunft über die Exaktheit bei der Definition der Konzepte und in der Sprache, aus der strengen deduktiven Methode auf einer exakten axiomatischen Basis, und einer Strenge bei den Beweisen von Aussagen." (ebd., S. 11)

Demgegenüber steht die Sichtweise *Mathematik als dynamischer Prozess*, in dem sich „mathematische Theorien in einem Prozess aus Vermutungen, Beweisen und Wiederlegungen [...] entwickeln" (ebd., S. 11). Mathematik wird dabei als experimentelle, induktive Wissenschaft angesehen, in der das Vermuten und Ausprobieren, das Erfinden bzw. Nach-Erfinden sowie die Intuition Vorrang vor einer formallogischen Deduktion, dem Formalisierungs- und Abstraktionsvermögen sowie dem Lehren und Lernen fertiger Mathematik hat (vgl. ebd.).

Grigutsch, Raatz und Törner konnten in empirischen Untersuchungen durch Faktorenanalysen vier Dimensionen mathematischer Weltbilder identifizieren. Diese lassen sich jeweils entweder der statischen oder der dynamischen Sicht zuordnen. Tabelle 6.1 gibt einen Überblick über diese Dimensionen.

Formalismus-Aspekt
Hier steht der formal-deduktive Charakter der Mathematik im Vordergrund. Mathematik ist ein abstraktes Denkgebäude, in welchem mit formaler Strenge

Tabelle 6.1.: Dimensionen mathematischer Weltbilder

statisches System	dynamischer Prozess
Formalismus	Prozess
Schema	Anwendung

und Exaktheit, nach den Regeln der Logik und ausgehend von Axiomen Schlussfolgerungen abgeleitet und Zusammenhänge zwischen klar definierten Begriffen betrachtet werden (vgl. ebd.).

Schema-Aspekt

Mathematik wird als Sammlung von Regeln, Algorithmen, Formeln und Schemata verstanden. Mathematische Tätigkeit kennzeichnet sich durch das Lernen und Anwenden von Definitionen, Fakten und Prozeduren (vgl. ebd.).

Anwendungs-Aspekt

Mathematik wird als Werkzeug zum Lösen von Problemen betrachtet. Mathematik hat einen grundsätzlichen Nutzen im Alltag oder für die Gesellschaft (vgl. ebd.).

Prozess-Aspekt

Mathematik ist „primär ein Forschungs-, Erkenntnis-, und Theoriebildungsprozeß [sic]“ (ebd., S. 12). Hier stehen Ideen, Intuition, Prozesse des Verstehens und Entwickelns, des Erfindens und Nach-Erfindens von Mathematik im Fokus.

Diese vier Dimensionen konnten mehrfach durch konfirmatorische Faktorenanalysen bestätigt werden. So zum Beispiel in der MT21-Studie (Mathematics Teaching in the 21st Centurie) von Blömeke et al. (2008).

6.2. Fragestellung

(1) Welche Vorstellungen haben die Lehrkräfte über die Zielgruppe der Fördermaßnahme im Sinne von Kapitel 2.1? Wie einig sind sich dabei die Lehrkräfte innerhalb einer Maßnahme? Gibt es Unterschiede zwischen den Maßnahmen?

(2) Welche mathematischen Weltbilder bringen die Lehrkräfte mit? Gibt es Unterschiede zwischen den Maßnahmen?

(3) Wie gut kann das eigenes Weltbild in der Maßnahme umgesetzt werden? Gibt es Unterschiede zwischen den Maßnahmen?

6.3. Methode

Im Untersuchungszeitraum waren im Schülerforschungszentrum insgesamt sechs und in der Schülerakademie Mathematik insgesamt zwölf Lehrkräfte tätig. Zur Beantwortung der Fragestellungen (1) bis (3) wurden Interviews mit jeweils fünf Lehrkräften, die in den Fördermaßnahmen mit den Schülern arbeiten, durchgeführt. Von den Befragten wurden vor dem Interview das Alter und das Geschlecht erfasst. Anschließend wurden den Befragten Fragen nach folgendem Leitfaden gestellt.

- Zunächst würde ich Dich bitten, etwas über Deinen beruflichen Werdegang zu erzählen.
- Wie viel Lehrerfahrung hast Du bereits gesammelt?
- Seit wann arbeitest Du am Schülerforschungszentrum/bei der Schülerakademie Mathematik mit?
- Was ist Deine persönliche Motivation, am Schülerforschungszentrum/bei der Schülerakademie Mathematik mitzuarbeiten?
- An welche Schüler richtet sich Deiner Meinung nach das Angebot?
- Worin siehst Du den Mehrgewinn für die Schülerinnen und Schüler im Vergleich zu anderen außerschulischen Angeboten desselben Fachbereichs?
- Was war Dein Lieblingsthema, das Du mit den Schülerinnen und Schülern bearbeitet hast und warum?
- Wie zufrieden bist Du mit der Maßnahme? Was würdest Du ändern?

An diesen narrativen Teil des Interviews schloss sich zur Erfassung des mathematischen Weltbildes der Lehrkräfte eine Strukturlegetechnik an, die aus zwei Phasen bestand.

6.3.1. Strukturlegetechnik

Zu jedem der Faktoren Formalismus, Schema, Prozess und Anwendung fanden Grigutsch, Raatz und Törner neun bis dreizehn Items mit Ladungen von über 0,39, die eine inhaltliche Homogenität und keine Nebenladungen auf anderen Faktoren aufweisen (vgl. Grigutsch et al. 1998).

Tabelle 6.2.: Ausgewählte Items zur Charakterisierung mathematischer Weltbilder

Item	Faktor	Ladung auf diesem Faktor nach Grigutsch et al. (1998)	Bezeichnung
Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	Formalismus	0,583	F1
Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	Formalismus	0,543	F2
Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	Schema	0,482	S1
Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	Schema	0,600	S2
Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	Prozess	0,413	P1
Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	Prozess	0,414	P2
Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	Anwendung	0,659	A1
Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	Anwendung	0,591	A2

Für die Strukturlegetechnik wurden aus diesem Item-Pool jeweils zwei Items pro Faktor ausgewählt, die die Kerngedanken dieses Faktors wiedergeben. Tabelle 6.2 zeigt die ausgewählten Items nach Grigutsch et al. (1998) und die Faktoren, auf denen diese laden. Jede Aussage wurde den Befragten auf einem Papierstreifen dargeboten. Die Probanden bekamen die Aufgabe, diese acht Aussagen zu sortieren. Dazu wurde ihnen als Skala ein Papierstreifen, welcher in neun Segmente unterteilt war, vorgelegt. Die Segmente waren mit den Zahlen von 1 bis 9 durchnummeriert und boten jeweils für das Anlegen einer Aussage Platz. Die Anweisung an die Befragten lautete: *Erstelle eine Rangordnung der vorliegenden Aussagen. Ordne die Aussagen danach, wie gut sie Deiner Meinung nach Mathematik beschreiben. Dabei bedeutet 1, die Aussage trifft Deiner Meinung nach stark zu und 9, die Aussage trifft Deiner Meinung nach weniger stark zu. Erläutere dabei, warum Du die Reihenfolge so wählst und nicht anders.*

Anschließend bekamen die Probanden folgende Aufgabe: *Ich bitte Dich nun, die Aussagen so umzuordnen und zu sortieren, wie stark sie Deiner Meinung nach für die Arbeit im Schülerforschungszentrum/in der Schülerakademie Mathematik relevant sind bzw. Deiner Meinung nach dem Bild von Mathematik entsprechen, das den Schülerinnen und Schülern in der Maßnahme vermittelt wird. Erläutere dabei ebenfalls, warum Du die Reihenfolge so wählst und nicht anders.*

Der Legeprozess wurde mit einer Dokumentenkamera videografiert und das gesamte Interview mit einem Diktiergerät aufgenommen. Das Ergebnis jedes Interviews sind zwei Ranglisten, die im Zuge der Strukturlegetechnik entstanden. Die Abbildung der Relevanz der Aussagen auf eine ordinale Skala ermöglicht quantitative Analysen. Da die Probanden dazu forciert wurden, jeden Rang nur einmal zu vergeben, treten keine verbundenen Ränge auf. Obwohl die Ränge der verwendeten Skala optisch äquidistant sind, bestehen bei den Probanden subjektive Unterschiede bezüglich der Abstände zwischen den Rängen.

Für die Probanden gab es die Möglichkeit, über einen beschriftbaren Blanko-Streifen ein zusätzliches Item zu generieren. In den Fällen, in denen dies nicht der Fall war, mussten acht Aussagen auf neun Rangplätze verteilt werden. Ein leerer Rangplatz konnte so dazu genutzt werden, um einen größeren Abstand zwischen den Relevanzen zweier Items deutlich zu machen (siehe Probanden SFZ 05 I 09, SAM 01 I 03 und SAM 03 I 06). Damit ließe sich für gleiche

Abstände zwischen den Rangstufen und damit für eine Intervallskalierung plädieren. Um den Fehler der ungerechtfertigten Annahme einer Intervallskalierung zu umgehen, werden für die Analyse nur Methoden verwendet, die ordinalskalierte Daten als Input voraussetzen.

Entsprechend den Unterscheidungskriterien Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathematik sowie Bild von Mathematik und Relevanz in der Maßnahme ergeben sich vier zu untersuchende Stichproben. Für jedes Item wird die Rangsumme (die Summe aller Ränge, auf die das Item von den Beurteilern gesetzt wurde) innerhalb einer Stichprobe bestimmt. Damit sind Aussagen über die jeweilige Relevanz für die Lehrkräfte und die Arbeit in der Maßnahme möglich.

6.3.2. Kendalls Konkordanzkoeffizient

Zum Vergleich der Ranglisten wird weiterhin der Konkordanzkoeffizient nach Kendall eingesetzt. Dieser ist ein Maß für die Übereinstimmung von Ranglisten von m Beurteilern bezüglich n Objekten und wird konventionsgemäß mit W bezeichnet.

Sind die Ranglisten aller m Beurteiler identisch, so liegt maximale Konkordanz vor. Dann betragen die Rangsummen der Objekte $m, 2m, 3m, \ldots, nm$.

Wenn alle Beurteiler zufällig urteilen, spricht man von maximaler Diskordanz. In diesem Fall beträgt die Rangsumme aller Objekte ungefähr

$$\frac{m + 2m + \cdots + nm}{n}.$$

Je unterschiedlicher die Rangsummen der Objekte sind, desto höher ist die Konkordanz und desto mehr stimmen die Beurteiler in ihren Urteilen überein. Sei r_i die Rangsumme des i-ten Objektes und

$$\overline{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} r_i$$

die mittlere Rangsumme.

Nun werden die einzelnen Abweichungen der Rangsummen der Objekte von der mittleren Rangsumme quadriert und aufsummiert. Diese Summe sei S, d. h.

$$S = \sum_{i=1}^{n} (r_i - \overline{r})^2.$$

Die Summe der Fehlerquadrate ist bereits ein Maß für die Unterschiedlichkeit der Ranglisten. In der Statistik ist es üblich, solche Maßzahlen auf das Intervall $[0,1]$ zu projizieren. Um Kendalls Konkordanzkoeffizient W zu erhalten, wird noch durch den maximalen Wert S_{max}, den S bei maximaler Konkordanz annehmen kann, geteilt, d. h.

$$W = \frac{S}{S_{max}}.$$

Bei maximaler Konkordanz gilt o. B. d. A. $r_1 = m, r_2 = 2m, \ldots, r_n = nm$. Damit ergibt sich für den maximalen Wert S_{max} von S

$$\begin{aligned}
S_{max} &= \sum_{i=1}^{n} (im - \overline{r})^2 \\
&= \sum_{i=1}^{n} (i^2 m^2 - 2im\overline{r} + \overline{r}^2) \\
&= \left(m^2 \sum_{i=1}^{n} i^2 \right) - \left(2m\overline{r} \sum_{i=1}^{n} i \right) + n\overline{r}^2 \\
&= \left(m^2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right) - \left(2m\overline{r} \cdot \frac{n(n+1)}{2} \right) + n\overline{r}^2 \\
&= \left(m^2 \cdot \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \right) - \left(2m \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} im \right) \cdot \frac{n(n+1)}{2} \right) + n \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} im \right)^2 \\
&= \left(m^2 \cdot \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \right) - \left(m^2 \cdot \frac{n(n+1)^2}{2} \right) + \left(m^2 \cdot \frac{n(n+1)^2}{4} \right) \\
&= m^2 \cdot \frac{(n^3 - n)}{12}.
\end{aligned}$$

Für die Vereinfachung des Terms zur Bestimmung von S_{max} wurden die Zusammenhänge

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

und

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

verwendet.

Kendalls Konkordanzkoeffizient W lässt sich damit durch die Formel

$$W = \frac{12 \sum_{i=1}^{n} (r_i - \overline{r})^2}{m^2(n^3 - n)}$$

berechnen.

W nimmt Werte aus dem Intervall $[0,1]$ an. Der Wert 1 wird bei maximaler Konkordanz der Ranglisten angenommen, der Wert 0 bei maximaler Diskordanz.

Da selbstgeschriebene Items nicht in allen Ranglisten auftauchen, werden diese für die Berechnung des Konkordanzkoeffizienten nicht beachtet und für die acht Standard-Items in der angegebenen Reihenfolge nur die Rangplätze 1 bis 8 vergeben.

Eine Untersuchung der Übereinstimmung von Ranglisten von Lehrkräften ein und derselben Maßnahme gibt Aufschluss über die interne Konsistenz des Bildes von Mathematik. Des Weiteren wird ein Vergleich zwischen mathematischem Weltbild und der subjektiven Relevanz für die Arbeit in der Maßnahme durchgeführt.

6.3.3. Qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring

Zur Beantwortung von Fragestellung (1) wird eine qualitative zusammenfassende Inhaltsanalyse von Teilen der Interviewtranskripte nach Mayring (2010) durchgeführt. Die in Kapitel 2.1 erwähnten Kategorien Begabung, Leistungsstärke und Interesse sind keine klar definierbaren Konstrukte und damit für ein deduktives Kategoriensystem ungeeignet. Unter Umständen sind diese drei Kategorien auch nicht ausreichend, um die Fragestellung hinreichend differenziert beantworten zu können. Deshalb sollen zunächst losgelöst von den in Kapitel 2.1

erwähnten Kategorien induktiv Dimensionen identifiziert werden, in denen die subjektive Wahrnehmung der Maßnahmenadressierung erfolgt. Für die Analyse wird hier jeweils die Antwort auf die Leitfrage *An welche Schüler richtet sich deiner Meinung nach das Angebot?* untersucht.

Mayring entsprechend werden zunächst sinntragende Textfragmente paraphrasiert und anschließend generalisiert. Daran schließt sich eine fallspezifische und eine fallübergreifende Reduktion auf die wesentlichen Kerngedanken sowie die Ableitung eines Kategoriensystems an. Mit Hilfe einer Häufigkeitsanalyse sollen eine Aussage über die Bedeutsamkeit der Kategorien für die einzelnen Maßnahmen getroffen werden und auch hier die beiden Maßnahmen auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede untersucht werden. Des Weiteren soll ein Vergleich der gefundenen Kategorien mit den in Kapitel 2.1. genannten Konzepten der Begabung, der Leistungsstärke und des Interesses erfolgen.

6.4. Ergebnisse und Auswertung

Nachfolgend sind die Rangordnungen dargestellt, die sich aus der Strukturlegetechnik ergeben haben. Pro Befragtem je eine, die die Wichtigkeit der in Tabelle 6.2 genannten Items für das eigene Bild von Mathematik angibt, und eine, die die Wichtigkeit der Items für die Arbeit in der jeweiligen Maßnahme darstellt.

6.4.1. Quantitative Ergebnisse

In Abbildung 6.1 sind die Items nach ihren Rangsummen sortiert. Eine sehr niedrige Rangsumme nahe des Minimums 5 bedeutet dabei, dass das Item von den Befragten mehrheitlich auf niedrigen Rängen platziert wurde und damit als relativ wichtig erachtet wird. Je näher eine Rangsumme an das Maximum 45 heranreicht, desto mehr Beurteiler haben das entsprechende Item auf einen hohen Rang gesetzt und damit als weniger relevant eingeschätzt. Mittlere Rangsummen können durch die Vergabe mittlerer Ränge oder bei Diskordanz durch die Vergabe sowohl hoher als auch niedriger Ränge entstehen. Da subjektive Unterschiede zwischen den Rängen nicht darstellbar sind, werden in Abbildung 6.1 zur Visualisierung äquidistante Ränge benutzt.

Tabelle 6.3.: Rangliste des Probanden SFZ 01 I 01 zum Bild von Mathematik

1	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
2	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
3	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
4	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
5	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
6	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
7	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
8	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
9			

Tabelle 6.4.: Rangliste des Probanden SFZ 01 I 01 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
2	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
3	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
4	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
5	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
6	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
7	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
8	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
9			

Tabelle 6.5.: Rangliste des Probanden SFZ 02 I 02 zum Bild von Mathematik

1	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
2	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
3	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
4	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
5	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
6	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
7	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
8	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
9			

Tabelle 6.6.: Rangliste des Probanden SFZ 02 I 02 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
2	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
3	Mathematik ist die Kunst, das Rechnen zu vermeiden.		
4	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
5	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
6	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
7	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
8	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
9	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**

Tabelle 6.7.: Rangliste des Probanden SFZ 03 I 04 zum Bild von Mathematik

1	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
2	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Mathematik ist wie eine eigene Sprache. Probieren und Beweisen.		
5	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
6	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
7	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
8	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
9	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**

Tabelle 6.8.: Rangliste des Probanden SFZ 03 I 04 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
2	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
3	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
4	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
5	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
6	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
7	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
8	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
9	Mathematik ist wie eine eigene Sprache. Probieren und Beweisen.		

Tabelle 6.9.: Rangliste des Probanden SFZ 04 I 00 zum Bild von Mathematik

1	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
2	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
3	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
4	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
5	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
6	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
7	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
8	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
9			

Tabelle 6.10.: Rangliste des Probanden SFZ 04 I 00 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
2	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
5	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
6	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
7	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
8	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
9			

Tabelle 6.11.: Rangliste des Probanden SFZ 05 I 09 zum Bild von Mathematik

1	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
2	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
5			
6	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
7	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
8	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
9	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**

Tabelle 6.12.: Rangliste des Probanden SFZ 05 I 09 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
2	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
5	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
6	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
7			
8	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
9	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**

Tabelle 6.13.: Rangliste des Probanden SAM 01 I 03 zum Bild von Mathematik

1	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
2			
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
5	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
6	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
7	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
8	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
9	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**

Tabelle 6.14.: Rangliste des Probanden SAM 01 I 03 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
2			
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
5	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
6	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
7	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
8	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
9	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**

Tabelle 6.15.: Rangliste des Probanden SAM 02 I 05 zum Bild von Mathematik

1	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
2	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
3	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
4	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
5	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
6	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
7	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
8	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
9			

Tabelle 6.16.: Rangliste des Probanden SAM 02 I 05 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
2	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
3	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
4	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
5	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
6	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
7	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
8	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
9			

Tabelle 6.17.: Rangliste des Probanden SAM 03 I 06 zum Bild von Mathematik

1	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
2	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
3	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
4	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
5	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
6	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
7	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
8			
9	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**

Tabelle 6.18.: Rangliste des Probanden SAM 03 I 06 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
2	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
3	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
4	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
5	Mathematik ist nicht feststehend, sondern eine Wissenschaft. Hier wird heute und jetzt Wissen geschaffen.		
6	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
7	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
8	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
9	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**

Tabelle 6.19.: Rangliste des Probanden SAM 04 I 07 zum Bild von Mathematik

1	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
2	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
3	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
4	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
5	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
6	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
7	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
8	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
9			

Tabelle 6.20.: Rangliste des Probanden SAM 04 I 07 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
2	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
3	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
4	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**
5	Mathematik bereitet Freude		
6	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
7	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
8	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
9	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**

Tabelle 6.21.: Rangliste des Probanden SAM 05 I 08 zum Bild von Mathematik

1	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
2	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Mathematik ist der Zusammenschluss vieler verschiedener Bereiche, deren Gemeinsamkeit die anderen genannten Eigenschaften sind ⇒ „interdisziplinär“		
5	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
6	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
7	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
8	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
9	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**

Tabelle 6.22.: Rangliste des Probanden SAM 05 I 08 zur Relevanz in der Maßnahme

1	Mathematik beißt nicht ...		
2	Mathematik ist Behalten und Anwenden von Definitionen und Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren.	**Schema**	**S1**
3	Mathematik betreiben heißt: Sachverhalte verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben.	**Prozess**	**P2**
4	Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude mit klaren, exakt definierten Begriffen und eindeutig beweisbaren Aussagen.	**Formalismus**	**F1**
5	Mathematik ist eine Sammlung von Verfahren und Regeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.	**Schema**	**S2**
6	Die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode.	**Formalismus**	**F2**
7	Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft.	**Anwendung**	**A2**
8	Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik.	**Prozess**	**P1**
9	Mathematik hilft alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen.	**Anwendung**	**A1**

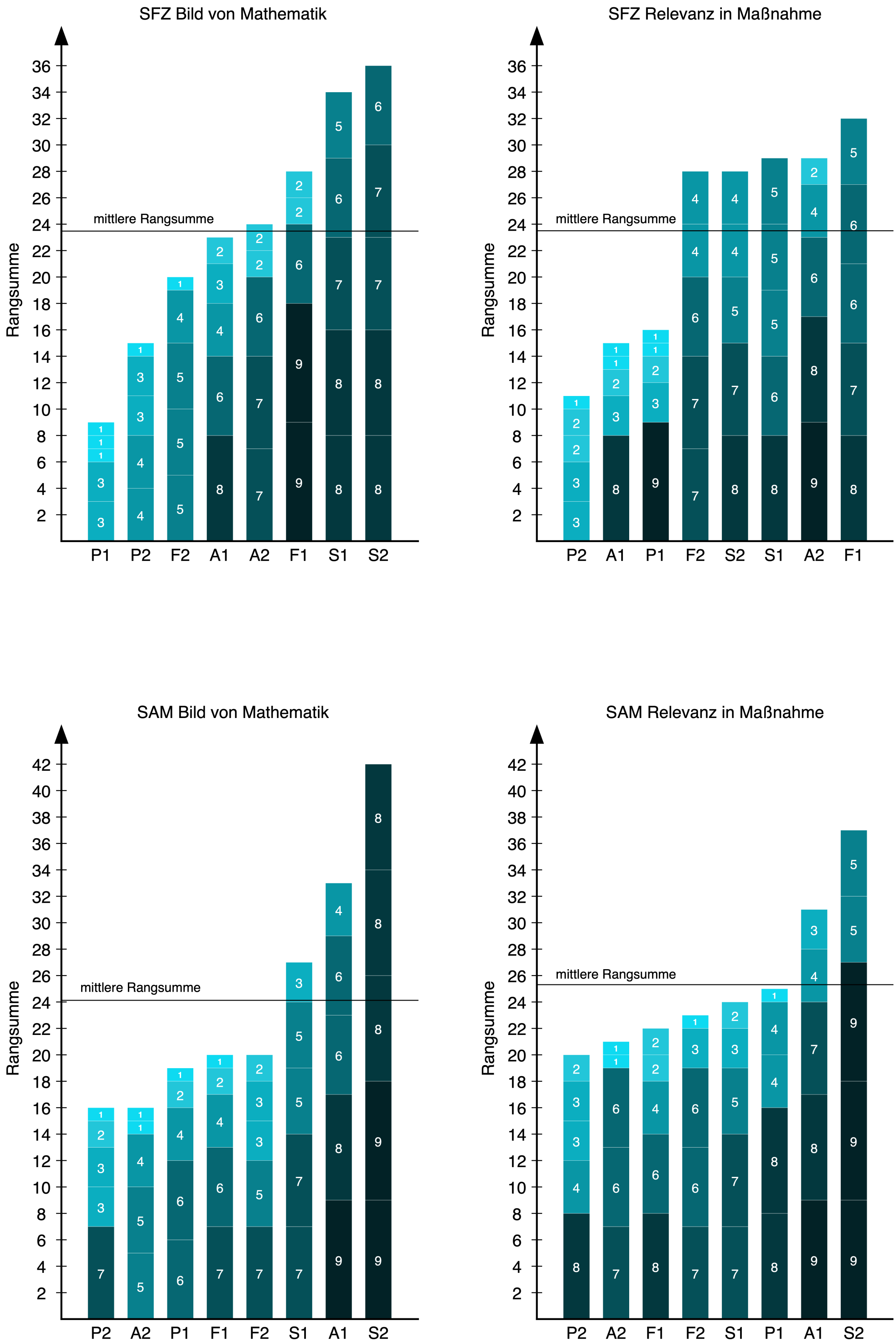


Abbildung 6.1.: Rangsummen der Items

Vergleich der mathematischen Weltbilder

Vergleicht man nun die mathematischen Weltbilder von Lehrkräften aus Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathematik, fällt auf, dass der Prozess-Aspekt in beiden Maßnahmen jeweils als sehr wichtig empfunden wird. Unter den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums werden für Prozess-Items nur Ränge kleinergleich 4 vergeben. Unter den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik herrscht dabei eine größere Diskordanz. Hier werden für Prozess-Items Ränge von 1 bis 7 vergeben. Während bei den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums die Anwendungs-Items im Mittelfeld landen und sehr unterschiedliche Ränge zugeordet bekommen haben, wird das Item A2 (gesellschaftlicher Nutzen) von den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik insgesamt als wichtiger eingestuft als der persönliche Nutzen im Alltag (A1). Die Formalismus-Items liegen bei den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik insgesamt im Mittelfeld und weisen dieselbe Rangsumme auf. Hier gibt es nun bei den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums eine Priorisierung des F2-Items (Axiomatik und deduktive Methode). Die Schema-Items werden in beiden Maßnahmen als weniger wichtig erachtet. Das Item S2 (Sammlung von Verfahren und Regeln zum Lösen von Aufgaben) besitzt dabei jeweils die höchste Rangsumme.

Vergleich der Relevanz der Aussagen für die Maßnahmen

In beiden Maßnahmen besitzt das Prozess-Item P2 (Verstehen, Zusammenhänge sehen, Ideen haben) die geringste Rangsumme; unter den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums dabei mit geringerer Diskordanz als bei den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik. Für die Relevanz im Schülerforschungszentrum heben sich drei Items aufgrund ihrer relativ niedrigen Rangsumme ab. Neben P2 sind dies A1 (persönlicher Nutzen im Alltag) und P1 (Erfinden/Nacherfinden von Mathematik). Unter den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik herrscht insgesamt eine höhere Diskordanz bezüglich der Relevanz der Aussagen für die Arbeit in der Schülerakademie Mathematik. Auffällig ist, dass die beiden Items A1 (persönlicher Nutzen im Alltag) und S2 (Sammlung von Verfahren und Regeln zum Lösen von Aufgaben), wie beim mathematischen Weltbild der Lehrkräfte, die letzten beiden Plätze belegen. Tabelle 6.23 gibt die ermittelten Konkordanzkoeffiizienten der vier Stichproben wieder.

Die Gesamtkonkordanz hinsichtlich des Bildes von Mathematik zeigt, dass unter

Tabelle 6.23.: Konkordandkoeffizienten der vier Stichproben

	Bild von Mathematik	Relevanz in Maßnahme
SFZ	0,463	0,398
SAM	0,493	0,175
Gesamt	0,399	0,156

allen befragten Lehrkräften eine hohe Diversität herrscht. Dabei ist die maßnahmeninterne Konkordanz bei beiden Maßnahmen jeweils höher als die Gesamtkonkordanz.

Unter den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik besteht eine leicht höhere Konkordanz bezüglich des mathematischen Weltbildes, dennoch herrscht in beiden Gruppen Uneinigkeit. Interessanter wird diese Tatsache unter dem Umstand, dass die Befragten ähnliche biografische Hintergründe aufweisen. So sind Lehrkräfte des Schülerforschungszentrums vorwiegend Personen, die Mathematik auf Lehramt studieren oder studiert haben. Die der Schülerakademie Mathematik besitzen mehrheitlich einen fachmathematischen Hintergrund. Weitaus interessanter ist die große Diskordanz bezüglich der Relevanz der Items für die Arbeit mit den Schülern. Die etwas höhere Übereinstimmung unter den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums kann darauf zurückgeführt werden, dass dieses ein klareres übergeordnetes Konzept auf der Grundlage der didaktischen Prinzipien des endeckenden und des forschenden Lernens besitzt. Dennoch scheint dieses Konzept Spielraum für Auslegungen zu lassen.

Bei den Lehrkräften in beiden Maßnahmen sind Unterschiede zwischen dem eigenen mathematischen Weltbild und der Relevanz in der Maßnahme vorhanden. Nur bei einer Lehrkraft der Schülerakademie Mathematik stimmen die Ranglisten überein. Die Übereinstimmung der Ranglisten Bild von Mathematik und Relevanz in Maßnahme ist bei den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik im Durchschnitt höher. Eine mögliche Erklärung für die bessere Umsetzbarkeit des eigenen mathematischen Weltbildes könnten auch hier die Konzepte der Maßnahmen sein. In der Schülerakademie Mathematik gibt es eine größere Freiheit hinsichtlich der Methodik.

Tabelle 6.24.: Konkordanz zwischen dem mathematischen Weltbild und der Relevanz in der Maßnahme für jeden Probanden

Proband	Konkordanz	Mittlere Konkordanz
SFZ 01 I 01	0,857	
SFZ 02 I 02	0,676	
SFZ 03 I 04	0,905	0,749
SFZ 04 I 00	0,738	
SFZ 05 I 09	0,568	
SAM 01 I 03	1,000	
SAM 02 I 05	0,810	
SAM 03 I 06	0,583	0,810
SAM 04 I 07	0,964	
SAM 05 I 08	0,690	

6.4.2. Qualitative Ergebnisse

Die Schritte der zusammenfassenden Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) von der Paraphrasierung über die Generalisierung, die fallspezifische Reduktion bishin zur fallübergreifenden Reduktion und der daraus abgeleiteten Kategorienbildung ist in Anhang C zu finden. Die Antworten der Lehrkräfte auf die Frage nach der Zielgruppe der jeweiligen Maßnahmen fallen in folgende Kategorien:

- *Begabung*, hier als subjektive Wahrnehmung anhand eigener Diagnosekompetenz, keine Durchführung von IQ-Tests
- *Interesse*, sowohl allgemeines Interesse an Mathematik als auch spezifische Interessen in:
  - neue Inhalte = Neugier
  - Anwendung
  - mathematische Forschung
- *Leistungsstärke*
- *Leistungsstärke zweitrangig/irrelevant*

- *kognitive Dispositionen* zum Verstehen von Zusammenhängen oder zur Selbstregulation
- *offen für alle*, Interesse kann geweckt werden, Meinungsbildung zum Thema Mathematik
- *Altersstufe von Konzept der Maßnahme vorgegeben*
- *Freiwilligkeit und intrinsische Motivation*
- *Volition, Selbstdisziplin*

Tabelle 6.25 gibt eine Übersicht über die Antwortkategorien der Probanden in der Reihenfolge ihrer Nennung. Bezüglich der individuellen Vorstellungen darüber, welche Voraussetzungen Teilnehmer mitbringen sollten bzw. wer durch die Maßnahme gefördert werden soll, ergeben sich in beiden Maßnahmen teils ähnliche, teils aber auch konträre Muster.

Der Begriff der Begabung wird nur von zwei Lehrkräften des Schülerforschungszentrums explizit genannt, dabei einmal an erster Stelle. Eben jene Lehrkraft gibt an, wie sie den Begriff Begabung in diesem Zusammenhang versteht. Als Kriterium wird die Beobachtung kognitiver Kompetenzen herangezogen, die über die für das Alter erwarteten hinausgehen. Gleichzeitig wird von dieser Lehrkraft reflektiert, dass die Diagnose subjektiv ist. Unter den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik taucht der Begriff der Begabung nicht auf, allerdings wird hier in drei von fünf Fällen auf kognitive Dispositionen verwiesen, die sich vor allem auf das Verstehen mathematischer Inhalte beziehen. Kognitive Dispositionen werden nur von einer Lehrkraft des Schülerforschungszentrums implizit angesprochen.

Ein starker Gegensatz ist bei der Kategorie Leistungsstärke feststellbar. Von den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik wird Leistungsstärke zweimal als Voraussetzung genannt, einmal an erster Stelle. Wenn bei den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums von Leistungsstärke die Rede ist, wird explizit betont, dass diese nur zweitrangig oder sogar irrelevant ist. Von den Lehrkräften der Schülerakademie wir dies nicht behauptet. Interesse wird in beiden Maßnahmen von jeweils vier von fünf Probanden genannt und obsiegt damit auf Ebene der Nennungshäufigkeit gegenüber allen anderen Kategorien.

Zusätzlich zu den in Kapitel 2.2 diskutierten Konzepten lassen sich weitere Aspekte finden, die Lehrkräften in beiden Maßnahmen wichtig sind und damit vielleicht auch eine generelle Bedeutung für die Adressierung von mathematischer Förderung haben. Die Kategorie *offen für alle* wird im Schülerforschungszentrum dreimal, in der Schülerakademie Mathematik zweimal genannt. Die Teilnehmer müssen nicht unbedingt Interesse an Mathematik mitbringen. Es kann geweckt werden bzw. können sich Unentschlossenene eine Meinung zur Mathematik bilden. Ein Aspekt, der in Kapitel 2.1 ebenfalls nicht angesprochen wurde, ist der der Freiwilligkeit und der intrinsischen Motivation. Von den Lehrkräften des Schülerforschungszentrums wird dieser Aspekt zweimal und von den Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik dreimal genannt. Eine Lehrkraft des Schülerforschungszentrums geht sogar noch weiter und verlangt über Motivation hinaus auch Volition und Selbstdisziplin. Eine Antwort auf die die Frage nicht zwangsläufig abzielte, die allerdings häufig auftrat, war die Angabe einer Altersstufe, die wie im Fall der Schülerakademie Mathematik vom Förderkonzept vorgegeben ist bzw. im Schülerforschungszentrum in den Augen der Lehrkräfte sinnvoll erscheint.

Tabelle 6.25.: Antwortkategorien der Probanden hinsichtlich der Frage nach der Adressierung mathematischer Förderung

Proband	Zielgruppen-Kategorien
SFZ 01 I 01	Begabung Interesse
SFZ 02 I 02	Interesse Leistungsstärke zweitrangig/irrelevant kognitive Dispositionen offen für alle
SFZ 03 I 04	Altersstufe von Maßnahme vorgegeben Freiwilligkeit und intrinsische Motivation Leistungsstärke zweitrangig/irrelevant Interesse
SFZ 04 I 00	Interesse Freiwiligkeit und intrinsische Motivation Volition und Selbstdiszplin Altersstufe von Maßnahme vorgegeben Leistungsstärke zweitrangig/irrelevant offen für alle
SFZ 05 I 09	offen für alle Begabung
SAM 01 I 03	Freiwilligkeit und intrinsische Motivation Interesse
SAM 02 I 05	Altersstufe von Maßnahme vorgegeben Freiwilligkeit und intrinsische Motivation kognitive Dispositionen Interesse
SAM 03 I 06	Altersstufe von Maßnahme vorgegeben Interesse Leistungsstärke kognitive Dispositionen offen für alle
SAM 04 I 07	Leistungsstärke kognitive Dispositionen
SAM 05 I 08	Interesse offen für alle Freiwilligkeit und intrinsische Motivation

7. Bild der Teilnehmenden von Mathematik

7.1. Fragestellungen

Wenn sich Lehrkräfte mit ähnlichem Hintergrund in ihrer mathematischen Weltanschauung so stark unterscheiden, stellt sich die Frage, wodurch solche starken Unterschiede entstehen und ob diese bereits bei den Schülern auftreten, die an derselben Maßnahme teilnehmen.

7.2. Erhebungsmethode

Da es nicht einfach ist, die eigene interne Repräsentation eines abstrakten Begriffes wie Mathematik zu verbalisieren, wurde folgender Zugang gewählt. Über die Schuljahre 2016/17 und 2017/18 wurden alle Teilnehmer beider Maßnahmen jeweils zu Beginn und zum Ende des Schuljahres gebeten, ein Bild von Mathematik zu zeichnen. Das Ergebnis sind 275 Zeichnungen.

Die meisten Befunde hinsichtlich der Analyse von Zeichnungen gibt es auf dem Gebiet der Kinderzeichnungen. Die gestalterische Entwicklung vollzieht sich in mehreren Phasen über die zunächst ein Überblick gegeben wird. Richter (1987) unterscheidet vier Phasen.

Als erste Phase nennt Richter (ebd.) das sogenannte Spurschmieren. Etwa ab dem zweiten Lebensjahr entdecken Kinder beim Spielen mit Schlamm, Brei und ähnlichen Materialien, dass diese Materialien auf bestimmten Oberflächen Spuren hinterlassen, die vom Kind selbst verursacht wurden und dauerhaft sind. Daran schließt sich die Kritzelphase an, in der nun gezielt die Benutzung spurerzeugender Werkzeuge wie Stifte, Pinsel, Kreide und spurwiedergebender Materialien wie Papier erfolgt. Die Art der erzeugten Linien (Striche, Kringel, Kreise) ist dabei eng an die motorische Entwicklung des Kindes geknüpft. Beim Übergang von der Kritzelphase zur Vorschemaphase treten dann die sogenannten Kopffüßler auf, welche als frühe Form der Bildorganisation angesehen werden.

In der Vorschemaphase gegen Ende des vierten Lebensjahres findet eine zunehmende Strukturierung dargestellter Figuren statt. Diese äußert sich unter anderem in der Ausrichtung der Bildelemente an den Richtungsrelationen oben, unten, links und rechts. Bildobjekte werden differenzierter dargestellt und mit mehr Details versehen. Das Repertoire dargestellter Gegenstände erweitert sich und die Zeichnungen lassen nachweisbare Handlungs- und Erzählstrukturen erkennen.

In der Schemaphase werden für Sachverhalte der visuellen Welt Zeichenformen entwickelt, die zunächst noch wenig visuelle Ähnlichkeit zur abgebildeten Sache haben. Mit der Zeit werden die Zeichnungen jedoch detailreicher und die Ähnlichkeit zu realen Objekten nimmt zu (vgl. Schuster 2000).

Gegen Ende der Schemaphase beim Eintritt in das Jugendalter (12/13 Jahre) nimmt zum einen der Anspruch an den Realismus der eigenen Zeichnung zu, zum anderen auch die Fähigkeit der kritischen Selbsteinschätzung und damit das Erkennen von Mängeln in den eigenen Werken. Viele wenden sich von der bildnerischen Gestaltung ab oder umgehen realistische Ansprüche durch das Karikieren und Ironisieren von Formen und Figuren sowie das Ersetzen einzelner Bildelemente durch Worte (vgl. Richter 1987).

Nach dem Abschluss der Schemaphase wird in der Regel nicht mehr von Kinderzeichnungen gesprochen. Da die untersuchten Probanden fast ausschließlich jenseits der Altersgrenze für das Ende der Schemaphase liegen, werden im Folgenden die Begriffe Laienzeichnung oder nur Zeichnung benutzt. Die Zeichnungen werden mit Hilfe der pädagogisch-ikonologischen Bildinterpretation nach Schulze (2013) analysiert. Da diese Auswertungsmethode für die Anwendung auf eine Vielzahl an visuellen Medien, darunter auch Gemälden oder Fotografien, ausgelegt ist, muss eine Anpassung an das entsprechende Medium vorgenommen und erläutert werden. Einige Analysekriterien, wie historische Aspekte oder welche Stellung das Bild im Gesamtwerk des Künstlers einnimmt, sind praktisch nicht auf Laienzeichnungen anwendbar. Im Folgenden soll deshalb zunächst auf die Methode an sich eingegangen werden sowie darauf, welche Besonderheiten bei der Auswertung von Laienzeichnungen zu beachten sind.

7.3. Auswertungsmethode: pädagogisch-ikonologische Bildinterpretation

7.3.1. Auswahl von Schlüsselbildern

Die pädagogisch-ikonologische Bildinterpretation sieht eine exemplarische Analyse sogenannter Schlüsselbilder vor. Dies sind Bilder, in denen die untersuchte Thematik besonders deutlich in Erscheinung tritt und die als Vorlage für den Aufbau von Entwicklungs- und Vergleichsreihen dienen (vgl. ebd.). Bei der Auswahl von Schlüsselbildern kann die Identifizierung von Schlüsselfiguren und Schlüsselmotiven helfen. Schlüsselfiguren stellen „bildhafte Strukturen der im Bild gemeinten Vorstellung" (ebd., S. 540) dar. Als Schlüsselmotive werden eher Details des Bildes oder Elemente von Schlüsselfiguren verstanden, die als Erkennungszeichen fungieren und meist eine symbolische Bedeutung besitzen (vgl. ebd.). Allerdings werden die beiden Begriffe nicht exakt voneinander abgegrenzt. Wiederkehrende Bildinhalte und Bildelemente sowie Varianten der Gestaltung sind Kandidaten für Schlüsselfiguren und Schlüsselmotive. Die im vorliegenden Bildmaterial identifizierten Schlüsselfiguren und Schlüsselmotive werden jeweils durch Ankerbeispiele begründet und veranschaulicht.

7.3.2. Bildbeschreibung und Bildanalyse

Bildbeschreibung
Bei der Bildbeschreibung geht es zunächst darum, einen Überblick darüber zu geben, was das Bild darstellt, wer der Urheber ist und – was vor allem für kunstgeschichtliche Untersuchungen relevant ist – in welchem Jahr das Bild entstanden ist, wo es gefunden wurde und welchen Titel es trägt.

Bildanalyse
Das Bild lässt sich nach Schulze unter drei unterschiedlichen Aspekten betrachten.

- *Aspekt des Sachsinns*

Hier geht es um eine möglichst sachliche Beschreibung sichtbarer Gegenstände, Formen, Symbole, Körper, Phänomene, Bewegungsdarstellungen sowie Haltung, Bewegung und Tätigkeiten von Personen oder Figuren, ohne bereits eine Deutung vorzunehmen.

- *Aspekt des Ausdruckssinns*

  Hier geht es darum, wie das Bild auf den Betrachter wirkt, welche Gefühle es bei ihm auslöst, welche Stimmung es vermittelt bzw. welche Gefühle die dargestellten Figuren oder Personen ausdrücken. Auch hier sollte nicht zu viel interpretiert werden, da Gefühlswahrnehmung sehr subjektiv ist. Alternative Möglichkeiten sollten in Betracht gezogen werden.

- *Aspekt des Formsinns*

  Perspektivische Projektion: Hier wird u. a. danach gefragt, ob das Bild Räumlichkeit aufweist. Wenn ja, welche Perspektive wurde gewählt? Dabei ist zu beachten, dass in Laienzeichnungen häufig perspektivische Mischformen auftreten. Welche Szenerien, Figuren oder Personen werden fokussiert? Eine Fokussierung kann durch Fluchtpunkte entstehen oder durch Unterschiede im Detailgrad bei der Gestaltung. Ein als bedeutend angesehener Bildinhalt erhält vom Zeichner mehr Aufmerksamkeit und ist meist aufwendiger gestaltet.

  Szenische Choreographie: Wie sind die dargestellten Personen, Gegenstände und Figuren angeordnet? Gibt es Gruppierungen, eine Gegenüberstellung oder Hervorhebung? Wie sind die Größenverhältnisse und Abstände zwischen den Bildinhalten? Bei Darstellungen von Personen kommt es auch auf die Gebärden der Personen oder Blicke zueinander an.

  Planimetrische Gesamtstruktur: Durch planimetrische Linien soll das Bild als Ganzes strukturiert werden. Es geht um die Verteilung der Blickpunkte im Bild, Verbindungslinien zwischen Blickpunkten und an welcher Stelle des Bildes der Hauptakzent gesetzt wird. Kann das Bild durch Geraden und Kurven (Kegelschnitte) in einzelne Bildbereiche aufgeteilt werden? Existieren Schnitttpunkte zwischen diesen gefundenen geometrischen Formen? Manchmal ist die Unterscheidung von planimetrischer Komposition und szenischer Choreographie schwierig.

7.3.3. Kontextanalyse

Die Kontextanalyse spielt vor allem für die Analyse von Gemälden eine wichtige Rolle, da hier Aspekte wie Vorgeschichte, Entstehung, Nachahmer und spätere Besitzer, Stellung des Bildes im Gesamtwerk des Malers und Bilder zeitgenössischer Maler thematisiert werden. Für die Kontextanalyse von Laienzeichnungen sind vorrangig die Entstehungsbedingungen relevant.

Da die Zeichnungen im Rahmen der Untersuchung nicht zum Zweck der psychologischen Diagnostik erhoben wurden, fand keine Dokumentation des Zeichenprozesses statt. Dadurch können auch keine Äußerungen des Urhebers zu Bildinhalten – z. B. darüber, wann ein Kind sich selbst gezeichnet hat – in die Analyse einbezogen werden.

7.3.4. Komparative Analyse

Bei einer Interpretation können grundsätzlich drei Arten von Fehlern gemacht werden. Einem bedeutsamen Sachverhalt wird – unabhängig davon, ob die Bedeutung vom Urheber intendiert ist oder nicht – die falsche Bedeutung zugedacht, er wird nicht als bedeutungstragend erkannt oder einem unbedeutenden Sachverhalt wird fälschlicherweise Bedeutung beigemessen. Schulze (2013) kritisiert, dass die Interpretation eines einzelnen Bildes oft zu gewagten und unhaltbaren Spekulationen und Unterstellungen führt und schlägt Folgendes vor:

> „Ein einzelnes Bild kann alles Mögliche aussagen, doch nichts, was über das Bild hinausreicht. Das einzelne Bild spricht nur für sich. Erst im Vergleich mit anderen Bildern lassen sich haltbare Aussagen über die Bedeutung und Wandlung von Bildern machen und über die Beschaffenheit und Entwicklung kollektiver Leitvorstellungen, von Ikonen.“ (ebd., S. 540)

Für die Entwicklung von Vergleichsreihen bieten sich solche Bilder an, die sich auf gleiche Schlüsselfiguren und Schlüsselmotive beziehen. Gegenstand der Untersuchung einer Vergleichsreihe können dann Gemeinsamkeiten, Unterschiede und Entwicklungen in der Art der Gestaltung, Inszenierung und Variation einer Schlüsselfigur sein. Beim Ableiten von Aussagen aus der Untersuchung einer Vergleichsreihe empfiehlt Schulze die Suche nach weiteren Bildern, die diese

Aussage unterstützen können, aber auch nach Gegenbildern, die ihr möglicherweise widersprechen. Dieses Vorgehen verschafft der Bildinterpretation eine solide Grundlage für das Ableiten von Folgerungen, die nicht nur auf Mutmaßungen und Unterstellungen beruhen, sondern auf der Beschaffenheit der Bilder (vgl. Schulze 2013).
Im Rahmen dieser Untersuchung sollen zunächst wichtige Schlüsselfiguren und -motive herausgearbeitet und die vorliegenden Zeichnungen anhand deren kategorisiert werden. In jeder Kategorie werden Schlüsselbilder ausgewählt und ikonologisch-pädagogisch interpretiert.

7.4. Ergebnisse und Auswertung

7.4.1. Identifizierte Schlüsselfiguren

Mathematikunterricht/Mathematiklehrkräfte

Ein häufig auftretender Bildinhalt ist die Darstellung von Mathematikunterricht oder Mathematiklehrkräften. Dieser Umstand ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass Schülerinnen und Schüler hauptsächlich im schulischen Mathematikunterricht in Kontakt mit Mathematik kommen. In insgesamt 55 Zeichnungen (20,0 %) finden sich Referenzen auf Mathematikunterricht und -lehrkräfte:

- explizite Wiedergabe des ausgeschriebenen Wortes (Mathematik-)Unterricht
- Darstellung von (beschriebenen) Tafeln
- Darstellung von Personen, die explizit als Lehrer oder Lehrerin beschriftet sind
- Darstellung von Personen, die an Tischen sitzen
- Darstellung von Unterrichtssituationen

Dabei tauchen Unterrichts- und Lehrerdarstellungen bei den Teilnehmern beider Fördermaßnahmen ähnlich häufig auf, was Tabelle 7.1 entnommen werden kann. In Abbildung 7.1 sind zwei Zeichnungen als Ankerbeispiele für die Schlüsselfigur Mathematikunterricht/Mathematiklehrkräfte zu sehen.

Abbildung 7.1.: Beispielzeichnungen für die Schlüsselfigur Mathematikunterricht/Mathematiklehrkräfte

Tabelle 7.1.: Häufigkeit des Auftretens der Schlüsselfigur Mathematikunterricht/Mathematiklehrkräfte

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Gesamt	55 von 275	20,0 %
SFZ	25 von 114	21,9 %
SAM	30 von 161	18,6 %

Ansammlung mathematischer Elemente

In 127 Zeichnungen (46,2 %) wird Mathematik als Ansammlung mathematischer Elemente dargestellt. Zahlen, Terme, geometrische Figuren und Körper, Funktionsgraphen u. a. wurden vom Zeichner gruppiert, teilweise umrahmt oder gleichmäßig über die Zeichenfläche verteilt. Abbildung 7.2 zeigt zwei Beispiele dieser Schlüsselfigur.

Hier fällt nun ein Unterschied in der Häufigkeit des Auftretens zwischen den Teilnehmern von Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathematik

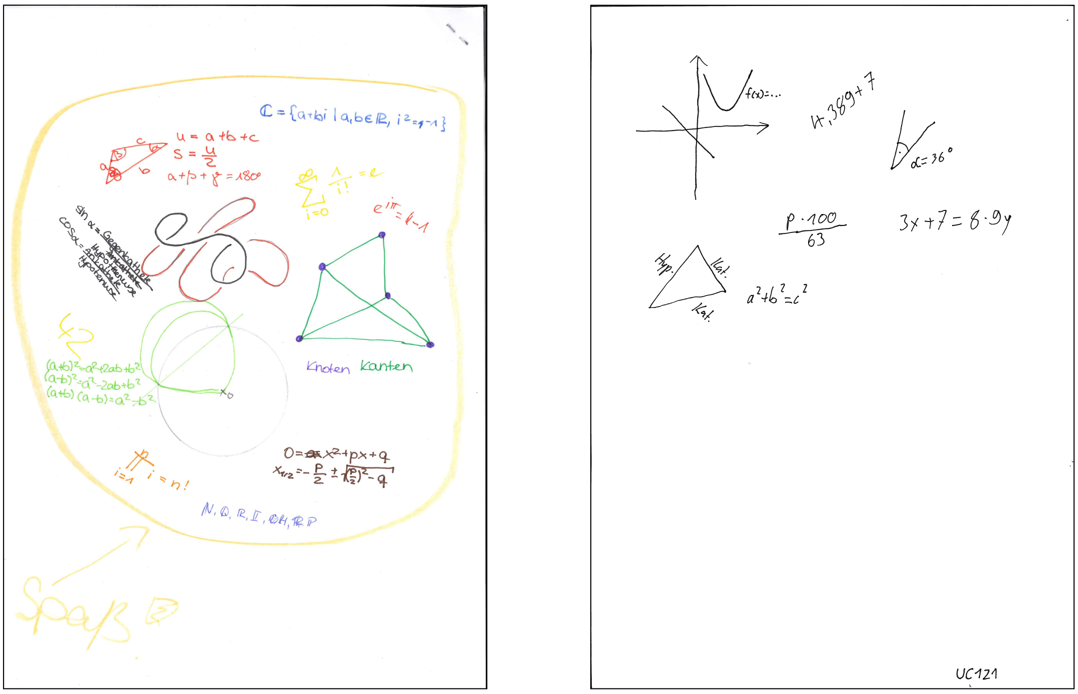


Abbildung 7.2.: Beispielzeichnungen für die Schlüsselfigur Ansammlung mathematischer Elemente

Tabelle 7.2.: Häufigkeit des Auftretens der Schlüsselfigur Ansammlung mathematischer Elemente

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Gesamt	127 von 275	46,2 %
SFZ	68 von 114	59,6 %
SAM	59 von 161	36,6 %

auf (siehe Tabelle 7.2). Mit dem exakten Test nach Fisher soll die Wahl dieser Schlüsselfigur und die Teilnahme an den Maßnahmen auf Abhängigkeit untersucht werden. Die entsprechende Kontingenztafel ist in Tabelle 7.3 dargestellt. Die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit kann nach einem exakten Test nach Fisher mit einer Fehlerwahrscheinlichkeit von $p = 0,0002$ (zweiseitig) verworfen werden. Somit wählen die Teilnehmer des Schülerforschungszentrums signifikant häufiger die Darstellung von Mathematik als Ansammlung mathematischer Elemente als Teilnehmer der Schülerakademie Mathematik.

Tabelle 7.3.: Kontingenztafel für den exakten Test nach Fisher

	Ansammlung mathematischer Elemente	anderer Bildinhalt	$\sum$
SFZ	68	46	114
SAM	59	102	161
$\sum$	127	148	275

Ein mathematisches Element

Eine weitere Kategorie bzw. eine Art der Gestaltung, in die viele der Zeichnungen fallen, ist die Darstellung eines einzigen mathematischen Elementes: eine Figur, ein Körper, eine Zahl etc., welches meist recht klein gezeichnet ist und den Großteil der Zeichenfläche unberührt lässt. In Abbildung 7.3 sind Ankerbeispiele zu sehen.

Tabelle 7.4.: Häufigkeit des Auftretens der Schlüsselfigur Ein mathematisches Element

	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Gesamt	48 von 275	17,5 %
SFZ	8 von 114	7,02 %
SAM	40 von 161	24,8 %

Auch hier besteht ein Unterschied in der Häufigkeit der Wahl dieser Schlüsselfigur (siehe Tabelle 7.4), welcher auf Signifikanz untersucht werden soll. Die dazugehörige Kontingenztafel ist in Tabelle 7.5 dargestellt. Unter der Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit beider Merkmale liefert der exakte Test nach Fisher einen α-Fehler von $p = 0,00009$ (zweiseitig). Da das angestrebte Signifikanzniveau von 0,05 deutlich unterschritten wird, kann die Alternativhypothese der Abhängigkeit der untersuchten Merkmale angenommen werden. Mathematik wird von den Teilnehmenden der Schülerakademie Mathematik somit signifikant häufiger auf ein einzelnes mathematisches Element reduziert als von den Teilnehmenden des Schülerforschungszentrums.

Tabelle 7.5.: Kontingenztafel für den exakten Test nach Fisher

	einzelnes mathematisches Element	anderer Bildinhalt	$\sum$
SFZ	8	106	114
SAM	40	121	161
$\sum$	48	227	275

7.4.2. Identifizierte Schlüsselmotive

Einige der dargestellten Bildgegenstände finden sich in mehreren Zeichnungen wieder und sind nicht auf bestimmte Schlüsselfiguren beschränkt. Sie stehen nicht für größere Kontexte und sind damit für die Strukturierung und Kategorienbildung ungeeignet, allerdings bedeutungstragend. Sie verändern, wie die Schlüsselfiguren wahrgenommen werden.

Ein häufig vorkommendes Schlüsselmotiv ist die Gedankenblase und damit die Darstellung kognitiver Prozesse oder interner Repräsentationen. Ursprung der Gedankenblase ist dabei meist die Darstellung eines Kopfes oder eines Gehirnes, die einen Selbstbezug bedeuten können. Inhalt der Gedankenblase ist meist eine Ansammlung von mathematischen Elementen, wie sie zuvor beschrieben wurde. Häufig treten als weitere Bildinhalte die Motive Glühbirne oder Fragezeichen auf. Glühbirnen und Fragezeichen befinden sich allerdings auch oft anstatt einer Gedankenblase über Personendarstellungen. Neben dem Selbstbezug betonen diese drei Schlüsselmotive den Prozesscharakter von Mathematik: das Fragezeichen als Indiz für ein Problem, eine Fragestellung oder einen Zusammenhang, der nachvollzogen werden möchte; die Gedankenblase, die den Vorgang des Nachdenkens verbildlicht, und schließlich die Glühbirne für das Verstehen oder eine Idee.

Darstellungen von Hilfsmitteln wie Taschenrechnern und Zeichenwerkzeugen wie Linealen, Geodreiecken und Stiften können dem Anwendungsaspekt von

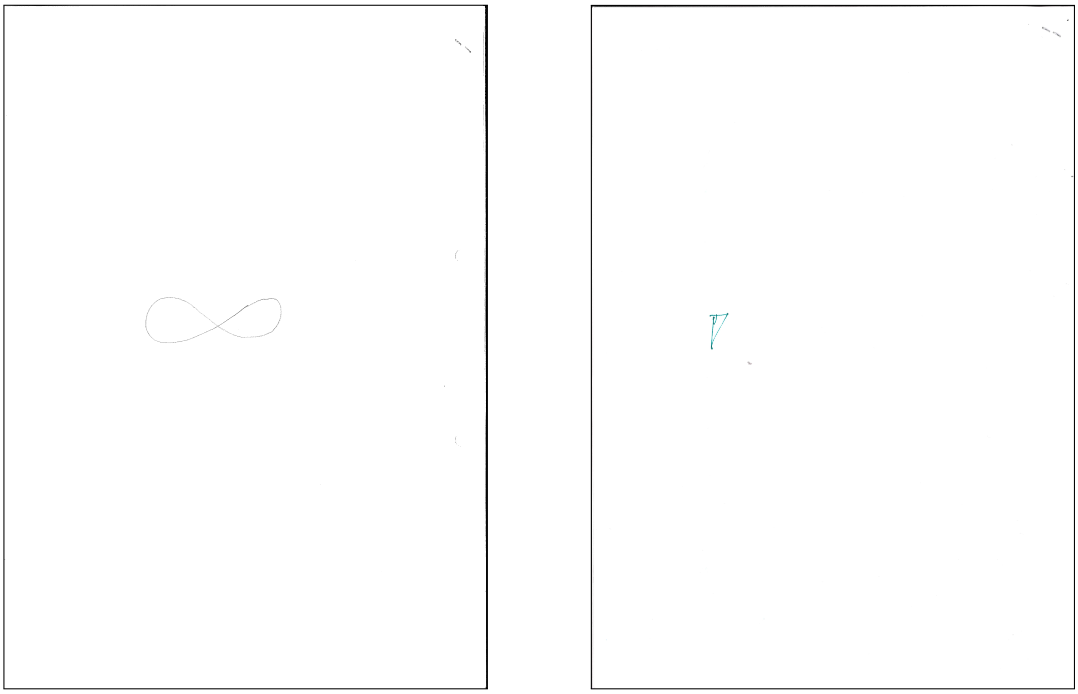


Abbildung 7.3.: Beispielzeichnungen für die Darstellung eines einzelnen mathematischen Elements

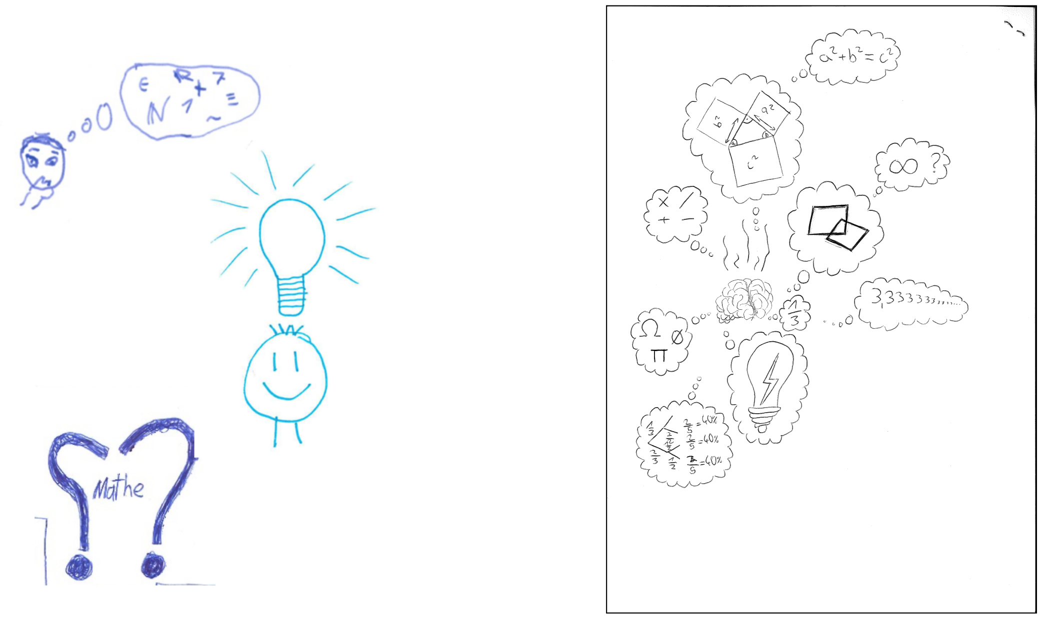


Abbildung 7.4.: links: Beispiele für die Schlüsselmotive Gedankenblase, Fragezeichen, Glühbirne (nicht maßstabsgetreu); rechts: Beispielzeichnung, die alle drei Schlüsselmotive enthält

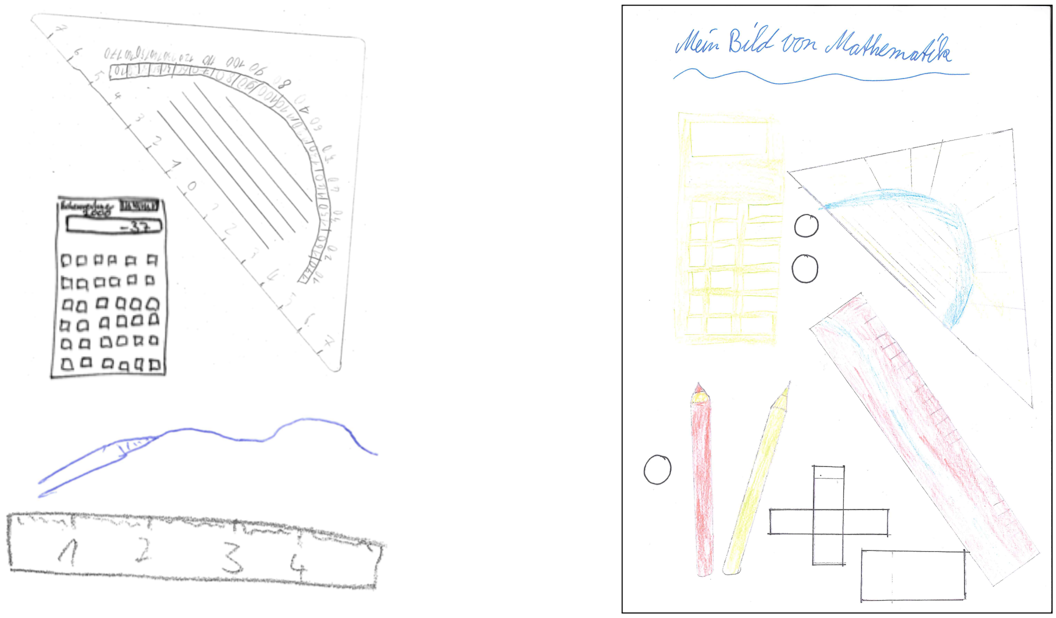


Abbildung 7.5.: links: Beispiele für die Schlüsselmotive Taschenrechner, Lineal, Geodreieck, Stift (nicht maßstabsgetreu); rechts: Beispielzeichnung, die alle vier Schlüsselmotive enthält

Mathematik zugeordnet werden. In Abbildung 7.5 sind Beispiele der Verwendung dieser Schlüsselmotive zu sehen.

7.4.3. Vergleichsreihen

Vergleichsreihe Mathematikunterricht/Mathematiklehrkräfte

Innerhalb dieser Vergleichsreihe soll nach Gemeinsamkeiten und Unterschieden in den Kriterien Darstellung von Lehrkräften, Darstellung von Unterrichtsinhalten und Darstellung von Lernenden gesucht werden. Dazu werden jeweils Schlüsselbilder ausgewählt, in denen diese Kriterien durch besonderen Detailreichtum in den Fokus gerückt werden. Anschließend wird der Frage nachgegangen, ob diese Darstellungsvarianten auch in anderen Bildern auftauchen. Abbildung 7.6 zeigt ein Schlüsselbild für die Darstellung von Lehrenden und Lernenden. Für dieses sollen die Schritte Bildbeschreibung, Bildanalyse, Kontextanalyse und komparative Analyse der pädagogisch-ikonologischen Interpretation durchgeführt werden.

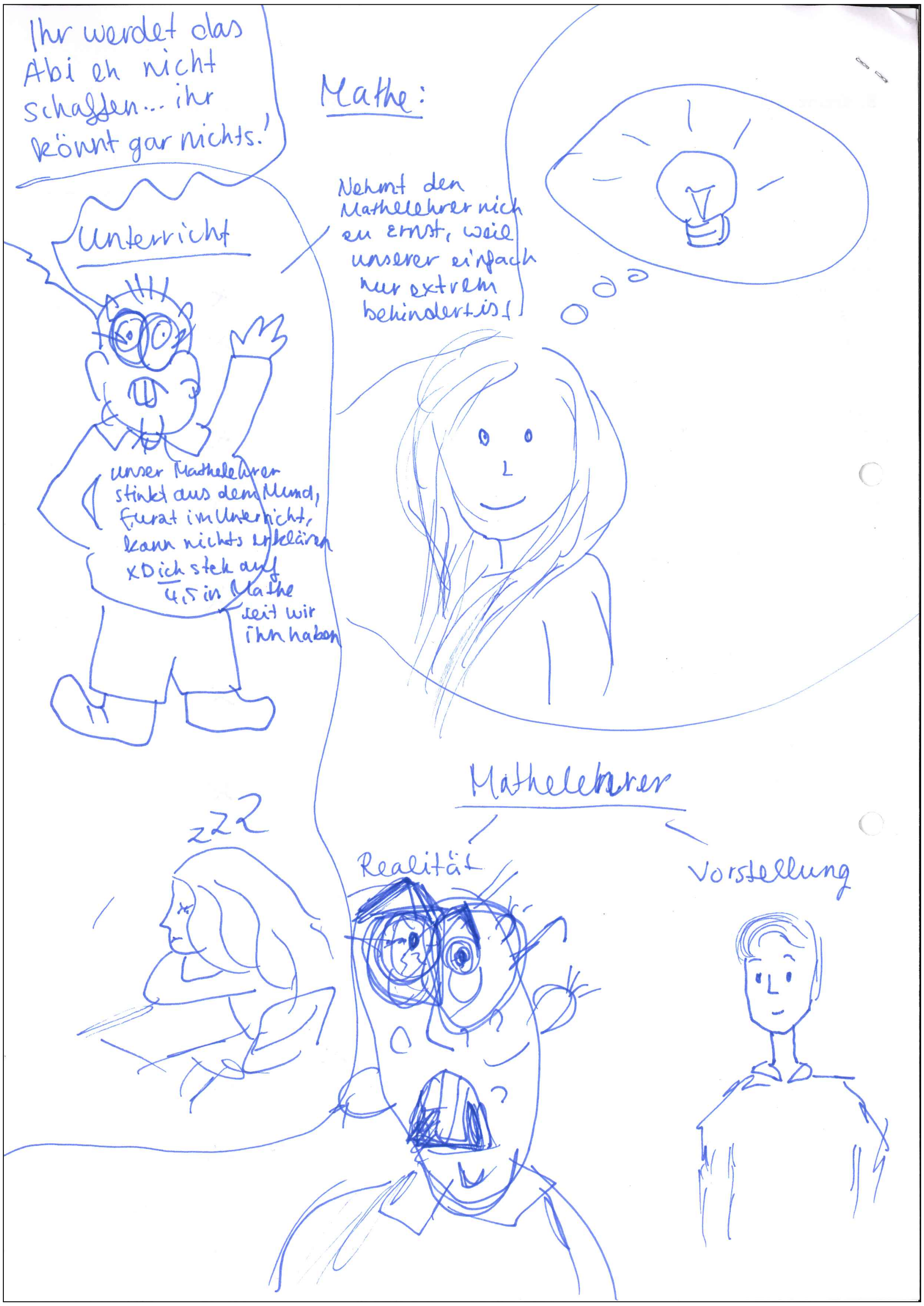


Abbildung 7.6.: Schlüsselbild für die Darstellung von Lehrenden

Bildbeschreibung

Die Zeichnung, die in Abbildung 7.6 zu sehen ist, wurde von einer Teilnehmerin der Schülerakademie Mathematik der Klassenstufe 8 im Herbst 2016 angefertigt. Die Zuordnung des Schlüsselmotives Mathematikunterricht/Mathematiklehrkräfte ist dadurch begründet, dass dargestellte Personen von der Urheberin explizit als „Mathelehrer" bezeichnet wurden. Die Zeichenfläche besitzt das DIN-A4-Hochformat.

Bildanalyse (Sachsinn, Ausdruckssinn, Formsinn)

Die Zeichnung enthält drei Szenerien, die von der Urheberin durch Linien voneinander getrennt wurden. Der Bereich, welcher etwa das linke Drittel der Zeichenfläche einnimmt, besitzt die Überschrift *Unterricht*. Dargestellt sind zwei Personen, die übereinander angeordnet sind. Die obere Person in Frontalansicht, den rechten Arm in die Hüften gestemmt, den linken Arm nach oben gestreckt. Diese Person wird von drei Textelementen umgeben: eines direkt über dem Torso der Person und dabei über die Konturen der Figur hinausragend, eines als Inhalt einer Sprechblase, die sich noch oberhalb der Bereichsüberschrift *Unterricht* und damit außerhalb der Bereichsgrenze befindet, das dritte ebenfalls außerhalb des abgegrenzten Bereiches mit einer Art Beschriftungslinie mit der Person verbunden.

Die untere weibliche Person ist im Profil dargestellt. Es sind nur der Kopf und ein Arm der Person gezeichnet. Des Weiteren sind ein Stuhl sowie eine Tischplatte angedeutet, auf die die dargestellte Person ihren Ellenbogen stützt. Über dem Kopf befindet sich das Onomatopoetikum *Zzz*, welches Schnarchen oder schlafbezogene Handlungen ausdrücken soll.

Der rechte Bereich der Zeichenfläche ist durch eine Linie in einen oberen und einen unteren Bereich unterteilt. Im oberen Bereich ist eine Person mit langen Haaren dargestellt. Diese lassen vermuten, dass es sich um eine weibliche Person handelt. Rechts oberhalb des Kopfes ist eine Gedankenblase zu erkennen, deren Inhalt eine Glühbirne ist. Radial um die Glühbirne angeordnete Linien deuten an, dass die Glühbirne leuchtet. Die Person weist Ähnlichkeit mit der Person auf, die links unten im Bild dargestellt wurde.

Der untere rechte Bereich ist mit der Überschrift *Mathelehrer* versehen. Es findet eine Untergliederung in die Begriffe *Realität* und *Vorstellung* statt. Unter diesen beiden Begriffen ist jeweils eine Person im Porträt abgebildet. Die Person unter dem Begriff *Realität* ähnelt der Lehrerdarstellung im linken Bereich der Zeichenfläche. Für die rechte Person wurde ein ähnlicher Zeichenstil wie für die Darstellung der weiblichen Personen benutzt.

Bei der vermutlichen Selbstdarstellung und der des Traumlehrers wurden kleine Kreise für die Augen verwendet; sie besitzen eine „normale", klar konturierte Gesichtsform sowie einen Hals. Für die Lehrerdarstellung wurde der Kopf, welcher ohne Hals direkt auf dem Körper sitzt, unverhältnismäßig groß und unförmig gezeichnet. Die Augen wurden größer dargestellt und durch mehrere sich überlappende Kreise ist eine Brille angedeutet. Weitere Gesichtsdetails sind Beulen, ein Überbiss, Hasenzähne und kurze Stoppelhaare.

Die gegensätzliche Gestaltung der Gesichtszüge der gezeichneten Personen löst ambivalente Empfindungen aus. Einerseits Antipathie gegenüber der Lehrerdarstellung, welche durch das Belegen des Lehrers mit negativen Attributen – explizit durch ausgeschriebene Wörter und Textelemente oder implizit durch die überspitzte Gestaltung der Gesichtszüge – hervorgerufen wird. Andererseits Sympathie für die abgebildeten weiblichen Figuren und den Wunschlehrer.

Die weibliche Person im linken Bereich vermittelt den Eindruck zu schlafen, so als ob der Unterricht langweilig sei. Die weibliche Figur, die an eine Glühbirne denkt, lächelt hingegen; ihr scheint ein Licht aufgegangen zu sein. Aus der Annahme, dass die Urheberin sich selbst gezeichnet hat, würde eine Dissonanz zwischen den Empfindungen für Mathematik und denen für Mathematikunterricht folgen.

Die dargestellten Objekte und Personen weisen keine Räumlichkeit auf. Nur bei der Darstellung der sitzenden weiblichen Figur wird diese angedeutet. Hier findet keine Fokussierung von Bildinhalten auf perspektivischer Ebene statt, allerdings besitzen verschiedene Personendarstellungen einen unterschiedlichen Grad an Detailliertheit. In den Gesichtern der Personen, die als Mathematiklehrer der Urheberin identifiziert werden können, werden Zähne und die Mundhöhle dargestellt, während die Münder der anderen Personen nur einfache Linien sind. Des Weiteren ist bei den Augen des Mathematiklehrers eine Unterscheidung von Augenweiß und Iris möglich. Die Lehrerdarstellung oben rechts wird zudem mit drei Textelementen näher beschrieben. Bei den übrigen Personen wurden nur die Haare detaillierter dargestellt.

Die drei Szenerien stehen in keinem direkten Zusammenhang. Eine Abgrenzung durch Linien ist bereits durch die Urheberin erfolgt. Die Anordnung der Lehrperson über der Schülerin scheint eine Unterrichtssituation aus der Perspektive eines dahintersitzenden Mitschülers zu verdeutlichen. In der unteren rechten Szenerie ist die linke Lehrerdarstellung deutlich größer als die rechte.

Kontextanalyse

Die Zeichnung entstand am Ende der Herbsttagung der Schülerakademie Mathematik 2016 zeitgleich und zusammen mit den anderen Teilnehmenden. Es ist durchaus möglich, dass Bilder benachbarter Teilnehmer einen Einfluss auf die Inspiration der Urheberin genommen haben oder umgekehrt. Da die Zeichnungen zwar nach – aber dennoch in zeitlicher Nähe zu – einer unterrichtsähnlichen Situation entstanden sind, könnte eine Erklärung für die Wahl der Schlüsselfigur Mathematikunterricht/Mathematiklehrkräfte sein.

Komparative Analyse

Zwei der scheinbaren Bedeutungsinhalte, auf die gestalterisch aufmerksam gemacht wurde, sind die Entmenschlichung der Lehrkraft und deren Belegung mit negativen Attributen sowie die Dissonanz zwischen der Einstellung zur Mathematik an sich und dem erlebten Mathematikunterricht. Die Suche dieser Aspekte in weiteren Bildern ergibt, dass die Belegung der Lehrkraft mit negativen Attributen – bis hin zur Verteufelung – in Zeichnungen aus der Schülerakademie Mathematik insgesamt acht Mal auftritt, wohingegen Lehrpersonen in Zeichnungen aus dem Schülerforschungszentrum – meist als Strichmännchen – im Allgemeinen eine den Schülern ähnliche Gestaltung aufweisen.

Wenn eine Unterrichtssituation dargestellt ist, wird diese meist aus der Sicht der Schüler gezeichnet. Da die Lehrperson weiter vom Betrachter entfernt ist als die Schüler, die an ihren Tischen sitzen, müsste der Größenunterschied zwischen der Lehrperson und den Lernenden nur minimal ausfallen. Allerdings wird die Lehrperson meist – entgegen perspektivischen Prinzipien – sehr viel größer als die Schüler dargestellt. Dieses Phänomen sowie die Darstellung gelangweilter Schüler tritt in beiden Maßnahmen etwa gleichhäufig auf.

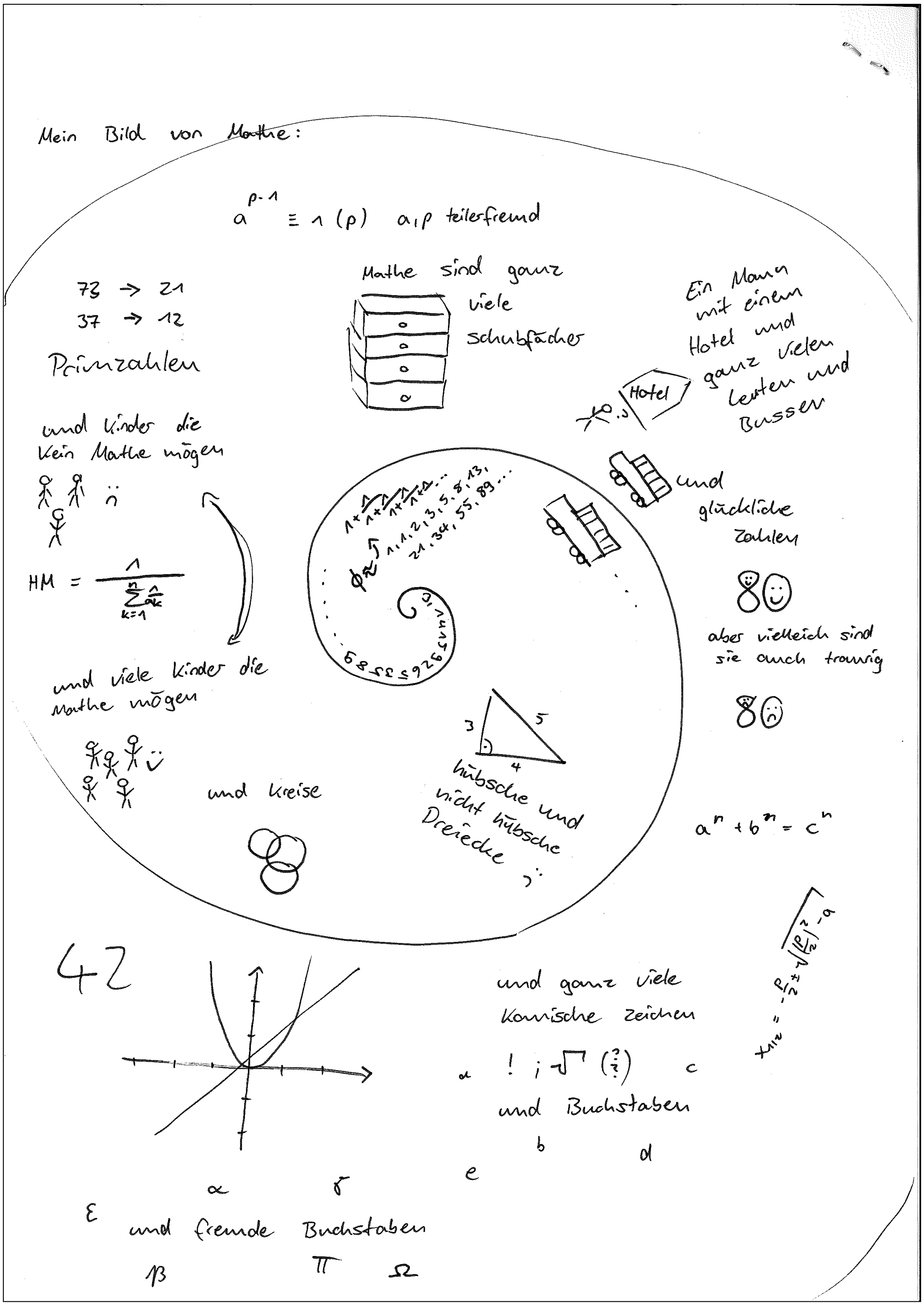


Abbildung 7.7.: Schlüsselbild für die Darstellung von Mathematik als Ansammlung mathematischer Elemente

Vergleichsreihe mathematische Elemente

Abbildung 7.7 zeigt ein Schlüsselbild für die Schlüsselfigur Ansammlung mathematischer Elemente. Für die Vergleichsreihe stellt sich die Frage, ob es Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Wahl der dargestellten Elemente gibt.

Bildbeschreibung und Bildanalyse
Die Zeichnung wurde von einer Teilnehmerin der Schülerakademie Mathematik der Klassenstufe 9 zum Ende der Frühjahrstagung 2017 angefertigt.

Die Zeichnung zeigt eine Ansammlung mathematischer Elemente, welche über die gesamte Zeichenfläche verteilt sind. Strukturgebend ist eine Linie, die sich spiralförmig durch die Zeichnung zieht. Im Zentrum der Spirale steht die Zahl Pi als Dezimalzahl bis zur zwölften Nachkommastelle angegeben, weitere Nachkommastellen sind durch Punkte angedeutet. Der Spirale weiter nach außen folgend schließt sich eine Darstellung des goldenen Schnittes Phi als Kettenbruch sowie die Zahlenfolge der Fibonacci-Zahlen an. Es folgt die Darstellung eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Seitenlängen 3, 4 und 5; ein Kreis, welcher von zwei anderen Kreisen geschnitten wird; eine Formel zur Berechnung des Harmonischen Mittels; zwei Gruppen von Personen, die als „Kinder die Mathe mögen“ und „Kinder die Mathe nicht mögen“ betitelt sind; die 21. Primzahl 73 und die 12. Primzahl 37; eine Version des kleinen Satzes von Fermat; ein Schrank mit Schubfächern; Hilberts Hotel inklusive zweier Busse (drei Punkte deuten weitere Busse an); einer Person und einem Fragezeichen; glückliche und traurige Zahlen; eine Referenz auf den großen Satz von Fermat; die pq-Formel; die Kleinbuchstaben a bis e; Symbole für Fakultät, die imaginäre Einheit, die Quadratwurzel und den Binomialkoeffizienten; verschiedene griechische Buchstaben; ein Koordinatensystem mit den Graphen einer linearen und einer quadratischen Funktion sowie die Zahl 42.

Komparative Analyse
In Tabelle 7.6 sind die wichtigsten Elemente bzw. Elementtypen mit ihrer jeweiligen Häufigkeit des Auftretens aufgelistet. In Tabelle 7.7 sind angesprochene Themengebiete der Mathematik zu finden. Es fällt auf, dass in keiner der Zeichnungen aus der Schülerakademie Mathematik Darstellungen von Taschenrechnern, Linealen, Geodreiecken oder Stiften – den Schlüsselmotiven, die einen Anwendungsaspekt erkennen lassen – zu finden sind.

Im Gegensatz dazu kommen in den Zeichnungen von Teilnehmenden der Schülerakademie Mathematik Elemente aus mathematischen Teilgebieten vor, die – der Konzeption der Schülerakademie Mathematik entsprechend – über Lehrplaninhalte hinausgehen und nicht in Zeichnungen von Teilnehmenden des Schülerforschungszentrums auftreten.

Vergleichsreihe intrapersonale Entwicklungen über die Zeit

In beiden Maßnahmen finden sich Probanden, bei denen die Wahl der Schlüsselfigur zu verschiedenen Erhebungszeitpunkten unterschiedlich ausfällt, und Probanden, bei denen die Schlüsselfigur konstant bleibt (siehe Abbildungen 7.8 und 7.9). So wechselt bei Teilnehmer ND612 das Geschlecht der dargestellten Lehrperson, was auf einen Lehrerwechsel hindeutet. Bei der Wahl mathematischer Elemente wird bevorzugt auf aktuelle Inhalte des Mathematikunterrichtes zurückgegriffen. Bei Bildern aus der Schülerakademie Mathematik wird sogar darüber hinaus gegangen. Wenn die Wahl der Schlüsselfiguren bei mehrfachem Zeichnen über die Schuljahre hinweg nicht konstant ist, stellt sich die Frage, ob maßnahmenspezifische Tendenzen erkennbar sind.

Wahl von Schlüsselfiguren über die Zeit

In Tabelle 7.8 sind die relativen Häufigkeiten der gewählten Schlüsselfiguren für die vier Erhebungszeitpunkte dargestellt. Für jede Schlüsselfigur ist der Anteil Schwankungen unterlegen.
Tabelle 7.9 zeigt neben den absoluten Häufigkeiten auch die erwarteten Häufigkeiten der Schlüsselfiguren. Da hier erwartete Häufigkeiten kleinergleich fünf auftreten, entfällt der Chi-Quadrat-Test.

Der exakte Test nach Fisher, welcher für 2×2-Kontingenztafeln entwickelt wurde, kann auf 4×4-Kontingenztafeln erweitert werden und liefert auch bei erwarteten Häufigkeiten kleinergleich fünf valide Ergebnisse. Die Nullhypothese ist die Unabhängigkeit von Erhebungszeitpunkt und Wahl der Schlüsselfigur. Der Test liefert eine α-Fehlerwahrscheinlichkeit von $p = 0,211$. Da diese über dem angestrebten Signifikanzniveau liegt, wird die Nullhypothese beibehalten.
Auch unter den Teilnehmenden der Schülerakademie Mathematik treten über die Zeit hinweg Unterschiede in der Wahl von Schlüsselfiguren auf (siehe Ta-

Tabelle 7.6.: Absolute und relative Häufigkeiten des Auftretens verschiedener mathematischer Elemente

mathematisches Element	SFZ		SAM	
Zahlen	54	79,4 %	35	59,3 %
Gleichung	40	58,8 %	18	30,5 %
Variablen	39	57,4 %	36	61,0 %
Rechenoperationszeichen	27	39,7 %	11	18,6 %
zweidimensionale geometrische Figuren	23	33,8 %	27	45,8 %
davon Dreieck	17	23,5 %	8	13,6 %
davon Kreis	12	17,6 %	14	23,7 %
Pi	20	29,4 %	19	32,2 %
ausgeschriebene Wörter	20	29,4 %	19	32,2 %
Bruch	19	27,9 %	10	16,9 %
Satz des Pythagoras	18	26,5 %	7	11,9 %
geometrische Körper	18	26,5 %	14	23,7 %
Koordinatensystem	16	23,5 %	8	13,6 %
Funktion	14	20,6 %	13	22,0 %
Hilfsmittel (Taschenrechner, Lineal, Geodreieck, Stifte)	13	19,1 %	0	0,0 %
Term	12	17,6 %	15	25,4 %
rechter Winkel	12	17,6 %	9	15,3 %
Wurzelzeichen	12	17,6 %	17	28,8 %
griechische Buchstaben (außer Pi)	9	13,2 %	15	25,4 %
Strecke/Vektor	8	11,8 %	0	0,0 %
Mathematik	5	7,4 %	7	11,9 %
Kugel	2	2,9 %	2	3,4 %
Relationszeichen	2	2,9 %	6	10,2 %
Zahlbereichszeichen	2	2,9 %	6	10,2 %
Unendlichkeitszeichen	1	1,5 %	3	5,1 %
Binomialkoeffizient	0	0,0 %	1	1,7 %
Kongruenzzeichen (zahlentheoretisch)	0	0,0 %	1	1,7 %

Tabelle 7.7.: Absolute und relative Häufigkeiten des Auftretens verschiedener mathematischer Themengebiete

mathematische Themengebiete	SFZ		SAM	
euklidische Geometrie	35	51,5 %	22	37,3 %
Stochastik	1	1,5 %	5	8,5 %
Axiom, Definition, Lemma, Beweis	0	0,0 %	4	6,8 %
komplexe Zahlen	1	1,5 %	3	5,1 %
Graphentheorie	0	0,0 %	3	5,1 %
Inversion am Kreis	0	0,0 %	2	3,4 %
Topologie	0	0,0 %	2	3,4 %
sphärische Geometrie	0	0,0 %	1	1,7 %
Trigonometrie	3	4,4 %	1	1,7 %
Primzahlen	1	1,5 %	1	1,7 %
Prozentrechnung	6	8,8 %	1	1,7 %
Differentialrechnung	0	0,0 %	1	1,7 %
Gruppentheorie	0	0,0 %	1	1,7 %

	Anfang Schuljahr 2016/17	Ende Schuljahr 2016/17	Anfang Schuljahr 2017/18	Ende Schuljahr 2017/18
IR832				
ND612				

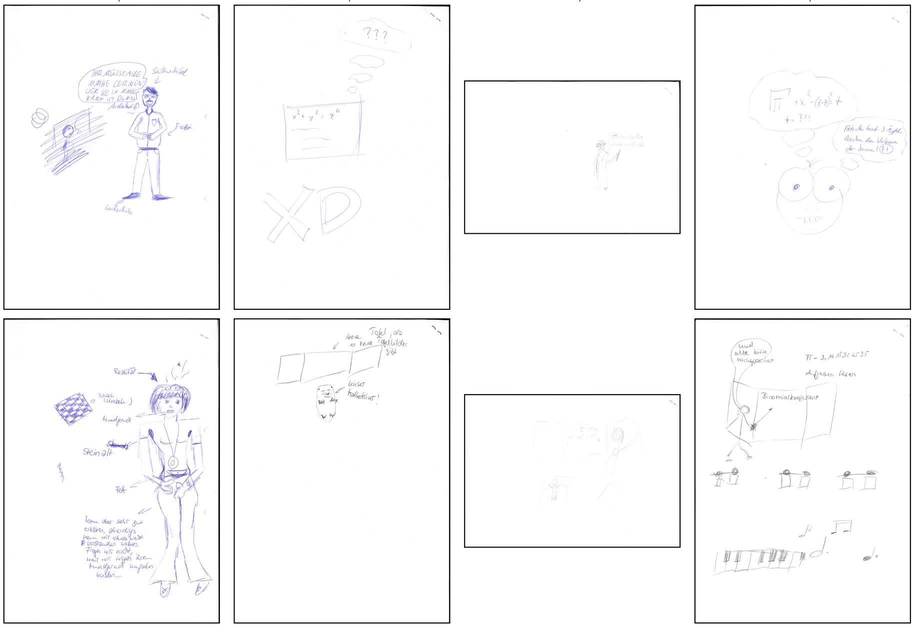


Abbildung 7.8.: Exemplarische Darstellung der Entwicklung von Bildinhalten in der SAM

	Anfang Schuljahr 2016/17	Ende Schuljahr 2016/17	Anfang Schuljahr 2017/18	Ende Schuljahr 2017/18
ME408N				
A213U				

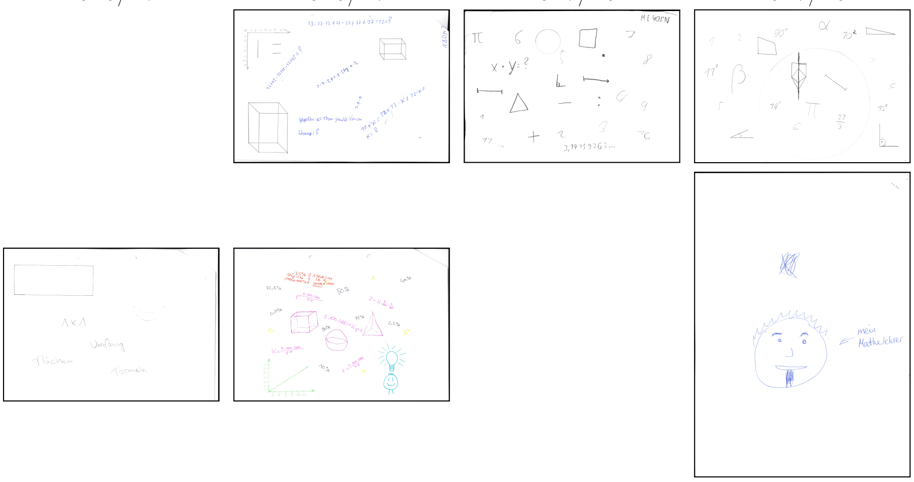


Abbildung 7.9.: Exemplarische Darstellung der Entwicklung von Bildinhalten im SFZ

Tabelle 7.8.: Relative Häufigkeiten des Auftretens der identifizierten Schlüsselfiguren im SFZ

	A 2016/17	E 2016/17	A 2017/18	E 2017/18
Mathematikunterricht/-lehrkräfte	41,7 %	13,0 %	30,0 %	15,4 %
Ansammlung mathematischer Elemente	41,7 %	69,6 %	60,0 %	59,0 %
Einzelnes mathematisches Element	0,0 %	4,3 %	7,5 %	10,3 %
Sonstiges	16,7 %	13,0 %	2,5 %	15,4 %

Tabelle 7.9.: Absolute (und erwartete) Häufigkeiten des Auftretens der identifizierten Schlüsselfiguren im SFZ

	A 2016/17	E 2016/17	A 2017/18	E 2017/18	$\sum$
Mathematikunterricht/-lehrkräfte	5 (2,7)	3 (5,3)	12 (9,1)	6 (8,9)	26
Ansammlung mathematischer Elemente	5 (7,2)	16 (13,7)	24 (23,9)	23 (23,3)	68
Einzelnes mathematisches Element	0 (0,8)	1 (1,6)	3 (2,8)	4 (2,7)	8
Sonstiges	2 (1,3)	3 (2,4)	1 (4,2)	6 (4,1)	12
$\sum$	12	23	40	39	114

belle 7.10), die auf Signifikanz getestet werden. Da die erwarteten Häufigkeiten stets größer als fünf sind (siehe Tabelle 7.11), kommt hier der Chi-Quadrat-Unabhängigkeits-Test zum Einsatz. Die Nullhypothese der stochastischen Unabhängigkeit kann in diesem Fall allerdings verworfen werden, da mit einer α-Fehlerwahrscheinlichkeit von $p = 0,002$ das Signifikanzniveau deutlich unterschritten wird. Ein beobachtbarer Trend ist die Zunahme des Anteils an Zeichnungen, die die Schlüsselfigur Ansammlung mathematischer Elemente beinhalten.

Tabelle 7.10.: Relative Häufigkeiten des Auftretens der identifizierten Schlüsselfiguren in der SAM

	A 2016/17	E 2016/17	A 2017/18	E 2017/18
Mathematikunterricht/-lehrkräfte	32,4 %	5,4 %	12,2 %	23,9 %
Ansammlung mathematischer Elemente	21,6 %	27,0 %	48,8 %	45,7 %
Einzelnes mathematisches Element	29,7 %	35,1 %	26,8 %	8,7 %
Sonstiges	16,2 %	32,4 %	12,2 %	21,7 %

Tabelle 7.11.: Absolute (und erwartete) Häufigkeiten des Auftretens der identifizierten Schlüsselfiguren in der SAM

	A 2016/17	E 2016/17	A 2017/18	E 2017/18	$\sum$
Mathematikunterricht/-lehrkräfte	12 (6,9)	2 (6,9)	5 (7,8)	11 (8,5)	30
Ansammlung mathematischer Elemente	8 (13,5)	10 (13,5)	20 (15,3)	21 (16,8)	59
Einzelnes mathematisches Element	11 (9,1)	13 (9,1)	12 (10,4)	4 (11,4)	40
Sonstiges	6 (7,5)	12 (7,5)	5 (8,6)	10 (9,4)	33
$\sum$	37	37	41	46	161

8. Fazit

Alle Untersuchungsgegenstände wurden ausgehend von theoretischen Grundlagen sowohl mit quantitativen als auch qualitativen Methoden untersucht. Die Ergebnisse jeder einzelnen Erhebungsmethode wurden dargelegt und angemessen interpretiert. Nun soll eine Zusammenfassung aller Erkenntnisse zu einem Gesamtresultat erfolgen. Ziel war eine Charakterisierung der beiden Fördermaßnahmen Schülerforschungszentrum und Schülerakademie Mathematik und deren Auswirkungen auf Merkmale verschiedener Ebenen des didaktischen Dreiecks. Da bereits das Design der Untersuchung aus dem didaktischen Dreieck abgeleitet wurde soll dieses nun auch als Grundlage für das abschließende Fazit dienen. Für jede der fünf Beziehungen, die in Abbildung 8.1 dargestellt sind, wird ein Resümee gezogen.

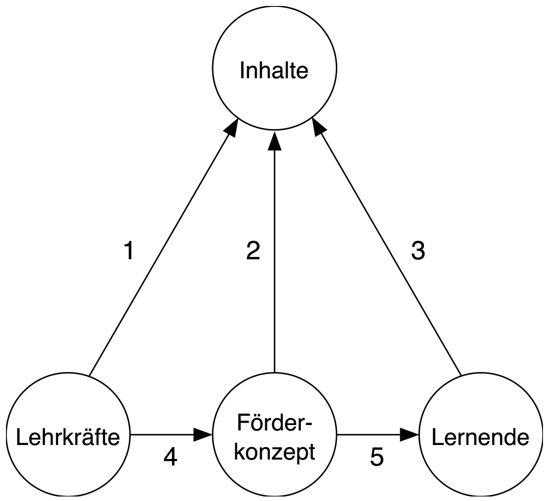


Abbildung 8.1.: Darstellung des erweiterten didaktischen Dreiecks, wie bereits in Kapitel 3.1 verwendet

Schülerforschungszentrum

(2) *Maßnahmenkonzept*

Im Schülerforschungszentrum wird wöchentlich über ein Schuljahr hinweg eine kontinuierliche Arbeit an eigenen Fragestellungen angestrebt. Ausgehend von Impulsexperimenten wird über entdeckendes Lernen versucht, forschendes Lernen auszulösen.

(1) *Mathematische Weltbilder der Lehrkräfte*

Die Lehrkräfte besitzen mehrheitlich einen lehramtsbezogenen Hintergrund. Für die Lehrkräfte nimmt der Prozess-Aspekt von Mathematik einen hohen und der Schema-Aspekt einen niedrigen Stellenwert im eigenen mathematischen Weltbild ein. Auf der Formalismus-Ebene wird die Axiomatik und die deduktive Methode als wichtiger eingeschätzt als Exaktheit und Widerspruchsfreiheit.

(4) *Möglichkeit der Umsetzung sowie Wahrnehmung der Maßnahme*

Lehrkräfte des Schülerforschungszentrums weisen im Vergleich zu denen der Schülerakademie Mathematik im Durchschnitt eine niedrigere Übereinstimmung zwischen den eigenen Vorstellungen von Mathematik und deren Relevanz in der Arbeit in der Fördermaßnahme auf. Hier existiert ein engerer methodischer und didaktischer Rahmen, der durch die Konzeption der Fördermaßnahme vorgegeben ist. Die Lehrkräfte teilen die Einschätzung, dass sich die in der Maßnahme angebotene Förderung an mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler richtet. Lehrkräfte des Schülerforschungszentrums betonen explizit, dass Leistungsstärke zweitrangig oder irrelevant sei, nennen jedoch zweimal den Begriff der Begabung.

(3) *Bild der Teilnehmenden von Mathematik*

Etwa ein Fünftel der untersuchten Zeichnungen zeigen Darstellungen von Mathematikunterricht oder Mathematiklehrkräften. Etwa 67 % der Zeichnungen zeigen mathematische Elemente aus den verschiedensten mathematischen Teilgebieten. Teilnehmende des Schülerforschungszentrums stellen Mathematik signifikant häufiger als eine Ansammlung mehrerer mathematischer Elemente dar als Teilnehmende der Schülerakademie Mathematik. Die dargetellten Elemente stammen dabei fast ausschließlich aus Teilgebieten der Schulmathematik.

(5) *Entwicklung von Persönlichkeitsmerkmalen*

Während sich bei der Erfolgsattribution keine Veränderungen zeigten, lassen sich Tendenzen in der Entwicklung von Attributionsmustern bezüglich Misserfolgs erkennen. Bei den Teilnehmenden des Schülerforschungszentrums verschob sich die Misserfolgsattribution von external stabil zu internal variabel.

Schülerakademie Mathematik

(2) *Maßnahmenkonzept*

In der Schülerakademie Mathematik werden zweimal jährlich konzentriert in acht- oder zehntägigen Tagungen abseits der Schulmathematik propädeutisch mathematische Inhalte behandelt.

(1) *Mathematische Weltbilder der Lehrkräfte*

Die Lehrkräfte besitzen mehrheitlich einen fachmathematischen Hintergrund. Der Prozess-Aspekt der Mathematik wird ebenfalls priorisiert und der Schema-Aspekt als weniger wichtig erachtet. Auf der Anwendungs-Ebene wird der gesellschaftliche Nutzen von Mathematik dem persönlichem Nutzen im Alltag vorangestellt.

(4) *Möglichkeit der Umsetzung sowie Wahrnehmung der Maßnahme*

Lehrkräfte des Schülerakademie Mathematik weisen im Durchschnitt eine höhere Übereinstimmung zwischen den eigenen Vorstellungen von Mathematik und deren Relevanz in der Arbeit in der Fördermaßnahme auf. Aufgrund einer größeren methodischen und didaktischen Freiheit können eigene Vorstellungen von Mathematik in der Maßnahme subjektiv besser verwirklicht werden. Die Lehrkräfte teilen die Einschätzung, dass sich die in der Maßnahme angebotene Förderung an mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler richtet. Darüber hinaus wird von Lehrkräften der Schülerakademie Mathematik mehr Wert auf Leistungsstärke gelegt. Das Wort Begabung wird in diesem Zusammenhang nicht benutzt. Allgemein wird nicht von Intelligenz gesprochen, aber kognitive Dispositionen werden meist implizit erwähnt.

(3) *Bild der Teilnehmenden von Mathematik*

Etwa ein Fünftel der untersuchten Zeichnungen zeigen Darstellungen von Mathematikunterricht oder Mathematiklehrkräften. Dabei kommt in etwa einem Viertel dieser Zeichnungen eine negative Wahrnehmung von Unterricht und Lehrkräften zum Ausdruck. Die abgebildeten Lehrkräfte werden mit negativen Attributen belegt und auf verschiedene Weisen entmenschlicht. Etwa 60 % der Zeichnungen zeigen mathematische Elemente aus den verschiedensten mathematischen Teilgebieten. Teilnehmende der Schülerakademie Mathematik reduzieren Mathematik signifikant häufiger auf ein einzelnes mathematisches Element als Teilnehmende des Schülerforschungszentrums. Es finden sich allerdings vermehrt mathematische Elemente aus Teilgebieten der Mathematik, die über den Schulstoff hinausgehen. In Bezug auf die Art der dargestellten Elemente lässt sich feststellen, dass in keiner Zeichnung aus der Schülerakademie Mathematik anwendungsbezogene Elemente wie Taschenrechner, Zirkel, Lineal oder ähnliches auftaucht. Allerdings werden von den Teilnehmern der Schülerakademie Mathematik mathematische Themengebiete angeschnitten, die in keiner Zeichnung aus dem Schülerforschungszentrum zu finden sind.

(5) *Entwicklung von Persönlichkeitsmerkmalen*
Während sich bei der Erfolgsattribution keine Veränderungen zeigten, lassen sich Tendenzen in der Entwicklung von Attributionsmustern bezüglich Misserfolg erkennen. Bei den Teilnehmenden der Schülerakademie Mathematik verschob sich die Misserfolgsattribution von internal variabel zu external stabil.

Allgemeine Erkenntnisse
Allgemein lässt sich festhalten, dass die mathematischen Weltbilder der Lehrkräfte eine starke Diversität aufweisen; sowohl zwischen den Maßnahmen, als auch – trotz ähnlicher Ausbildung – innerhalb einer Maßnahme. Für die Lehrkräfte beider Maßnahmen nimmt der Prozess-Aspekt einen hohen und der Schema-Aspekt einen geringen Stellenwert im eigenen mathematischen Weltbild ein. Eine Tendenz zur dynamischen oder statischen Sicht auf Mathematik in Abhängigkeit von der Zugehörigkeit zur Maßnahme besteht nicht.

Sowohl Interesse als auch Selbstkonzept und Selbstwirksamkeit erwiesen sich als relativ stabile Merkmale, die sich allerdings bei den Teilnehmenden beider Maßnahmen auf einem sehr hohen Niveau befanden.

Ausblick
Mit der Perspektive, das Schülerforschungszentrum zu einem Lehr-Lern-Labor zu machen, stellt sich die Frage nach weiterführenden Forschungsschwerpunkten. Diese Arbeit soll mit einem kurzen Ausblick enden. Auf der Ebene der Lehrkräfte könnten dies Überzeugungen der Lehrkräfte über die Genese mathematischer Kompetenzen sein – aus begabungstheoretischem und erkenntnistheoretischem Blickwinkel. Auf der Ebene der Schüler ist die Untersuchung der

Kompetenzentwicklung als weiterer Forschungsgegenstand denkbar sowie – auf inhaltlicher Ebene – die Entwicklung und Analyse von Lernumgebungen für das Schülerforschungszentrum. Auch eine Einbindung des Schülerforschungszentrums in die Lehramtsausbildung steht noch aus.

Literatur

Asendorpf, J. B. (2009). *Persönlichkeitspsychologie.* Springer Medizin Verlag, Heidelberg.

Benölken, R. (2013). "Geschlechtsspezifische Besonderheiten in der Entwicklung mathematischer Begabungen. Forschungsergebnisse und praktische Konsequenzen." In: *mathematica didactica* 36, S. 66–96.

Benölken, R. (2016). "„Vorher dachte ich irgendwie: Nee, das wird jetzt nichts!“ Zur Bedeutung der Identifikation mathematischer Begabungen für die Entwicklung motivationaler Komponenten und für die Entfaltung von Potenzialen." In: *mathematica didactica* 28 (2), S. 1–30.

Blömeke, S. et al. (2008). "Epistemologische Ünberzeugungen zur Mathematik". In: *Professionelle Kompetenz angehender Lehrerinnen und Lehrer. Wissen, Überzeugungen und Lerngelegenheiten deutscher Mathematikstudierender und -referendare. Erste Ergebnisse zur Wirksamkeit der Lehrerausbildung*. Hrsg. von S. Blömeke, G. Kaiser & R. Lehmann. Waxmann Verlag, Münster, S. 219–246.

Breitsprecher, L. & Müller, M. (2020). *Schülerforscherguide.* im Druck. C.C. Buchner Verlag, Bamberg.

Dähnhardt, D., Haupt, O. J. & Pawek, C. (2009). *Kursbuch 2010. Schülerlabore in Deutschland*. Tectum, Marburg.

Dewey, J. (1951). *Wie wir denken. Eine Untersuchung über die Beziehung des reflektiven Denkens zum Prozess der Erziehung*. Morgarten.

Eccles, J. S. et al. (1983). "Expectancies, values and academic behaviors". In: *Expectancies, values and academic behaviors*. Hrsg. von J. T. Spence. W. H. Freeman, San Francisco, S. 75–146.

Friedrich-Schiller-Universität Jena (o.D.). *Juniorstudium*. URL: `%5Curl%7Bhttps://www.uni-jena.de/Studium/Angebote+f%C3%BCr+Jung+und+Alt/Juniorstudium.html%7D`.

Geitel, L. (2018). "Entdecken lernen im Schülerforschungszentrum Mathematik mit digitalen Werkzeugen". In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*, S. 595–598.

Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998). "Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern". In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 19, S. 3–45.

Heller, K. A. (1990). "Zielsetzung, Methode und Ergebnisse der Münchner Längsschnittstudie zur Hochbegabung". In: *Psychologie in Erziehung und Unterricht* 37, S. 85–100.

Heller, K. A. (2001). *Hochbegabung im Kindes- und Jugendalter*. 2. Auflage. Hogrefe-Verlag, Göttigen.

Herrmann, T. (1976). *Lehrbuch der empirischen Persönlichkeitsforschung*. 3. Auflage. Verlag für Psychologie, Dr. C. J. Hogrefe, Göttingen.

Huber, L. (2014). "Forschungsbasiertes, Forschungsorientiertes, Forschendes Lernen: Alles dasselbe?" In: *Das Hochschulwesen* 62, Ausgabe 1/2, S. 32–39.

James, W. (1999). "The self". In: *The self in social psychology*. Hrsg. von R. F. Baumeister. Psychology Press, Philadelphia, S. 69–77.

Jerusalem, M. & Mittag, W. (1999). "Selbstwirksamkeit, Bezugsnormen, Leistung und Wohlbefinden in der Schule". In: *Emotion, Motivation und Leistung*. Hrsg. von M. Jerusalem & R. Pekrun. Hogrefe-Verlag, Göttingen, S. 223–245.

KMK (2015). *Förderstrategie für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler*.

Krech, D., Crutchfield, R. S. & Ballachey, E. L. (1962). *Individual in society. A textbook of social psychology.* McGraw-Hill Book Company, New York.

Lengnink, K. & Roth, J. (2016). "‚Lehr-Lern-Labor Mathematik' als Ort der Forschung". In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016*, S. 1267–1268.

Linke, P. & Lutz-Westphal, B. (2018). "Das ‚Spot-Modell' im Mathematikunterricht – forschendes und entdeckendes Lernen fundiert anwenden". In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018*, S. 1183–1186.

Mayring, P. (2010). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken.* 11. Auflage. Beltz Verlag, Weinheim, Basel.

Moldenhauer, W. (2011a). "Einführung". In: *50 Jahre Mathematik-Olympiaden – Jubiläumsfestschrift zur 50. Mathematik-Olympiade in Thüringen.* Hrsg. von Mathematik-Olympiaden e. V. – Ausschuss Thüringen & Wurzel – Verein zur Förderund der Mathematik an Schulen und Universitäten e. V. S. 11–24.

Moldenhauer, W. (2011b). "Thüringen". In: *50 Jahre Mathematik-Olympiaden – 1961–2011.* Hrsg. von Gronau, H. et al. S. 180–183.

Mortimer, J. T., Finch, M. D. & Kumka, D. (1982). "Persistence and change in development. The multidimensional self-concept". In: *Life-span development and behavior.* Hrsg. von P. B. Baltes & O. G. Grim. Bd. 4. Academic Press, New York, S. 263–313.

Moser, H. (1995). *Grundlagen der Praxisforschung.* Lambertus Verlag, Freiburg.

Neber, H. (1981). *Entdeckendes Lernen.* 3. Auflage. Beltz, Weinheim, Basel.

Papert, S. (1985). *Gedankenblitze. Kinder, Computer und neues Lernen.* Rowohlt, Reinbek.

Richter, H.-G. (1987). *Die Kinderzeichnung. Entwicklung, Interpretation, Ästhetik.* Schwann, Düsseldorf.

Roth, J. & Weigand, H.-G. (2014). "Forschendes Lernen. Eine Annäherung an wissenschaftliches Arbeiten". In: *mathematik lehren* 184, S. 2–9.

Schenk-Danzinger, L. (1992). *Pädagogische Psychologie.* Österreichischer Bundesverlag, Wien.

Schilling, Susanne R. (2002). "Hochbegabte Jugendliche und ihre Peers. Wer allzu klug ist findet keine Freunde?" In: *Pädagogische Psychologie und Entwicklungspsychologie.* Hrsg. von Detlef H. Rost. Bd. 33. Waxmann Verlag GmbH, Münster.

Schneider, W. & Lindenberger, U. (2012). *Entwicklungspsychologie.* 7. Auflage. Beltz Verlag, Weinheim, Basel.

Schülerforschungszentren Thüringen (o.D.). Abgerufen am 17.01.2020. URL: `%5Curl%7Bhttps://jungforscher-thueringen.de/sfz/%7D`.

Schulze, T. (2013). "Bildinterpretation in der Erziehungswissenschaft". In: *Handbuch Qualitative Forschungsmethoden in der Erziehungswissenschaft.* Hrsg. von B. Friebertshäuser, A. Langer & A. Prengel. Beltz Juventa, Weinheim, Basel, S. 529–546.

Schuster, M. (2000). *Psychologie der Kinderzeichnung.* 3. Auflage. Hogrefe-Verlag, Göttingen.

Shavelson, R. J., Hubner, J. J. & Stanton, G. C. (1976). "Validation of construct interpretations". In: *Review of educational research* 46, S. 407–441.

Stiftung Jugend forscht e. V. (2015). *Festschrift 50. Bundeswettbewerb Jugend forscht.*

Thüringer Ministerium für Bildung, Jugend und Sport (2018). *Lehrplan für den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife Mathematik.*

Unge, H. v., Block, M. & Wright, M. T. (2007). *Aktionsforschung im deutschsprachigen Raum: zur Geschichte und Aktualität eines kontroversen Ansatzes aus Public Health Sicht.*

Weigand, H.-G. (2018). "Wohin, warum und wie? – Zum Einsatz digitaler Technologien im zukünftigen Mathematikunterricht". In: *Medien im Mathematik-*

unterricht. Hrsg. von M. Fothe, B. Skorsetz & Szücs. Thüringer Institut für Lehrerfortbildung, Lehrplanentwicklung und Medien, Bad Berka, S. 9–17.

Weiner, B. (1972). *Theorie of motivation. From mecanism to cognition*. Markham Publishing Company.

Wild, E. & Möller, J. (2009). *Pädagogische Psychologie*. Springer Medizin Verlag, Heidelberg.

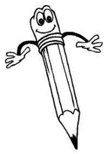
Winter, H. (2016). *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik*. 3. Auflage. Springer Spektrum, Wiesbaden.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Anhang

A. Fragebogen zur quantitativen Untersuchung von Persönlichkeitsmerkmalen



Fragebogen

Bei diesem Fragebogen gibt es keine richtigen und falschen Antworten.

Deine Meinung ist uns wichtig! Viel Spaß!

---

1. Bitte ankreuzen:

Ich bin ein… O Junge O Mädchen

2. Stell dir vor: Du hast ein kniffliges Mathe-Problem gelöst. Warum ist dir das wahrscheinlich gelungen? Weil… Bitte nur 1 Kreuz!

O …du dich so angestrengt hast.

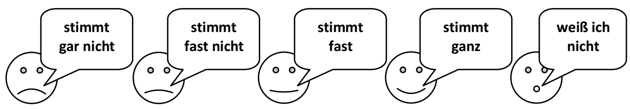
O …du Mathe sehr gut kannst.

O …es Zufall war.

O …die Aufgabe einfach war.

O anderer Grund: ______________________________

3. Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!



1. In Mathematik bin ich sehr gut.	O	O	O	O	O
2. Schwierige Mathe-Aufgaben machen mir besonders viel Spaß.	O	O	O	O	O

4. Stell dir vor: Du konntest ein kniffliges Mathe-Problem nicht lösen. Woran hat es wahrscheinlich gelegen? Daran, dass… Bitte nur 1 Kreuz!

O …es Zufall war.

O …du Mathe nicht gut kannst.

O …die Aufgabe sehr schwer war.

O …du dich nicht genug angestrengt hast.

O anderer Grund: ____

5. Hier ist deine Meinung zum Mathe-Unterricht in der Schule gefragt: Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

	stimmt gar nicht	stimmt fast nicht	stimmt fast	stimmt ganz	weiß ich nicht
1. Ich freue mich immer auf den Mathe-Unterricht.	O	O	O	O	O
2. Der Mathe-Unterricht ist mir persönlich sehr wichtig.	O	O	O	O	O
3. Der Mathe-Unterricht interessiert mich.	O	O	O	O	O

6. Hier ist deine Meinung zu Mathe im Allgemeinen gefragt: Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

	stimmt gar nicht	stimmt fast nicht	stimmt fast	stimmt ganz	weiß ich nicht
1. Ich freue mich immer auf die Beschäftigung mit Mathe.	O	O	O	O	O
2. Mathe ist mir persönlich sehr wichtig.	O	O	O	O	O
3. Mathe interessiert mich.	O	O	O	O	O

7. Kreuze an, welche Freizeitaktivitäten zu deinen Hobbys gehören. In den freien Zeilen kannst du auch andere, in der Tabelle nicht genannte Hobbys von dir aufschreiben.

Lesen	O
Geschichten oder Gedichte selbst schreiben	O
ein Musikinstrument spielen oder singen	O
fremde Sprachen lernen oder sprechen	O
Knobeln, Rätsel lösen	O
	O
Basteln oder Malen	O
Dich mit Tieren oder Pflanzen beschäftigen	O
etwas sammeln	O
Mit einem Chemie- oder Technik-Baukasten experimentieren	O
Kochen oder Backen	O
	O
Fernsehen oder Musik hören	O
Computerspiele	O
am Computer programmieren oder Computerlernspiele	O
	O
Mit Flugzeugen, Lego, Eisenbahnen, Autos oder Ähnlichem spielen	O
Mit Puppen oder Ähnlichem spielen	O
	O
Schwimmen	O
Judo, Karate	O
Fahrrad fahren	O
Schach spielen	O
Reiten	O
Fußball spielen	O
Turnen, Gymnastik	O
	O
	O
	O

8. Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

	stimmt gar nicht	stimmt fast nicht	stimmt fast	stimmt ganz	weiß ich nicht
1. Ich kann auch schwierige Mathe-Aufgaben lösen, wenn ich mich anstrenge.	O	O	O	O	O
2. Es fällt mir leicht, neue Dinge im Mathe-Unterricht zu verstehen.	O	O	O	O	O
3. Wenn ich eine schwierige Mathe-Aufgabe an der Tafel lösen soll, glaube ich, dass ich das schaffen werde.	O	O	O	O	O
4. Auch wenn ich mal längere Zeit krank sein sollte, kann ich immer noch gut in Mathe sein.	O	O	O	O	O
5. Wenn der Lehrer neue Dinge im Mathe-Unterricht ganz schnell bespricht, werde ich nicht mehr alles verstehen können.	O	O	O	O	O
6. Auch wenn der Lehrer nicht glaubt, dass ich in Mathe gut bin, bin ich mir sicher, dass ich in Mathe gut sein kann.	O	O	O	O	O
7. Auch wenn ich mal eine schlechte Note in Mathe bekommen habe, bin ich mir sicher, dass ich wieder eine bessere Note bekommen kann.	O	O	O	O	O

9. Kreuze an, wie sehr jede Aussage für dich stimmt. Bitte pro Reihe nur 1 Kreuz!

	stimmt gar nicht	stimmt fast nicht	stimmt fast	stimmt ganz	weiß ich nicht
1. Mathe-Aufgaben finde ich manchmal zu schwierig.	O	O	O	O	O
2. Ich lerne gerne Mathe.	O	O	O	O	O
3. Ich beschäftige mich auch außerhalb des Mathe-Unterrichts gerne mit Mathe.	O	O	O	O	O

Vielen Dank!

B. Exemplarische Interviewtranskripte

B.1. Proband SFZ 03 I 04

1. #00:00:01-4#

2. I: Ja, vielen Dank, dass du dich dazu bereit erklärt hast, an dem Interview teilzunehmen. Alle erhobenen Daten werden natürlich vertraulich behandelt und ausschließlich zu Forschungszwecken verwendet (.). Und es soll uns heute um das Schülerforschungszentrum gehen und um dein persönliches Bild von Mathematik. Und zunächst würde ich dich mal bitten, ein bisschen was über deinen beruflichen Werdegang zu erzählen. #00:00:21-5#

3. B: Okay. Also bis jetzt / Also ich hab jetzt (..) fünfzehn Semester tatsächlich lang studiert. Ich hab erst Mathematik studiert und Geschichte auf Lehramt. Ich hab dann aber nach einem Jahr Mathematik abgebrochen, weil ich da mich nicht so richtig wohlgefühlt hab. Und hab Geschichte und Geografie studiert. Und als ich im letzten (.) Jahr meines Studiums war und meine Examensarbeit geschrieben hab, hab ich mich noch mal in Mathematik eingeschrieben, dann als Drittfach. Und auf einmal hab ich mich sehr wohl gefunden, also, sehr wohl gefühlt. Und hab das dann auch noch fertig studiert. Jetzt bin ich seit einem Semester fertig und fang jetzt mein Referendariat an. #00:01:02-0#

4. I: (.) Wie viel Lehrerfahrung hast du bisher gesammelt? #00:01:05-3#

5. B: (.) Ich war im Praxissemester (..). Dann hab ich ein zweiwöchiges Praktikum in Schleswig-Holstein an einer Schule für Hörgeschädigte gemacht. (..) Ich habe sehr viel Nachhilfe gegeben im Laufe des Studiums (.) und halt die Arbeit im Schülerforschungszentrum. #00:01:24-5#

6. I: Seit wann arbeitest du im Schülerforschungszentrum mit? #00:01:28-6#

7. B: (.) Von / Seit Februar zweitausend (..) siebzehn bis Februar, März 2018. #00:01:37-9#

8. I: Okay. Was war denn deine persönliche Motivation, beim Schülerforschungszentrum mitzuarbeiten? #00:01:44-6#

9. B: (..) Also am Anfang hab ich ja ein / ein Schülerforschungsclub einfach vertreten. Eine Stunde vertreten. Hab da reingeschaut, hab mir das angeschaut, was die Schüler für Aufgaben zu lösen haben. Wie überhaupt so ein (.) so eine Stunde aussehen kann (.). Und da war das erst mal wirklich reines - Ich schau, was hier eigentlich passiert. Und dann hat mir aber in dieser Stunde das schon so sehr, also so gut gefallen. Das war so dieses wie Schüler arbeiten können,

wenn sie nicht im normalen Unterrichtsklassenverband sitzen, sondern halt in so kleinen Gruppen (..). Und das fand ich erst mal unheimlich interessant. Und dann (.) hab ich mich da eigentlich auch schon direkt wiedergefunden und gesagt, ich möchte das auch machen. #00:02:32-5#

10. I: (..) An welche Schüler richtet sich deiner Meinung nach das Angebot? #00:02:37-3#

11. B: (...) Also (.) geht es jetzt um Alter oder speziell / #00:02:44-2#

12. I: Sowohl als auch, also so, was muss ein Schüler mitbringen oder dass es ihn (.) interessiert, oder dass er davon irgendwie was / dass er da was gewinnt. #00:02:54-3#

13. B: Also ich würd erst mal jetzt / Ich sag erst mal kurz was zum Alter. Das Alter, ich finde so ab 5. Klasse so, finde ich eigentlich sehr gut. Sehr gut angepasst. Was den Schüler angeht, ich glaube, die wichtigste Voraussetzung ist, dass der Schüler von sich aus sich selbst dort anmelden würde. Also das es 'ne ganz eigene Entscheidung ist, bei so 'nem Projekt mitzumachen. So'n / Solche Aufgaben zu lösen. Und, ob der Schüler jetzt besonderes / sehr gut in Mathe ist oder vielleicht doch irgendwie sich selbst im Mittelfeld versteht / solche Sachen, finde ich, sind erst mal zweitrangig. Also wichtig ist, dass man schon ein bestimmtes Schülerinteresse vorhanden ist, was dann vielleicht noch geweckt und gestärkt werden kann. Und dann (.) kann man schauen, wie man dann diesen Kurs auch anbietet. #00:03:46-2#

14. I: (..) Worin siehst du den Mehrgewinn für Schülerinnen und Schüler im Vergleich zu anderen außerschulischen Angeboten im selben Fachbereich? #00:03:54-1#

15. B: (..) Also für / (.) ich / Also verschiedene Punkte. Zum einen die gemeinsame Arbeit. Also ich glaub, das, was ich immer wieder gesehen hab, war, dass man im Team gearbeitet hat. Dass man zusammen Probleme gelöst hat. Dass man nicht nur jeder für sich arbeitet, was ja eigentlich auch an sich oft in dieser / in diesem Themenkomplex Naturwissenschaften einfach von sich aus heraus gegeben ist. Und jetzt kann man da irgendwie als Gruppe gemeinsam arbeiten. Und dann aber auch das selbstständige Arbeiten. Dass man den Schülern wirklich (.) immer weniger vorgibt, sondern dass die Schüler auch selbst Fragen entwickeln können, dass sie eigene Interessen einbringen können. Dass man sehr schülerorientiert arbeiten kann. #00:04:38-7#

16. I: (..) Was war denn dein Lieblingsthema, das du mit

Schülerinnen und Schülern bearbeitet hast und warum? #00:04:44-6#

17. B: (..) Oh, ich glaube, das kann ich gar nicht genau festlegen. Also von mein pers-/ von meiner persönlichen Sicht vielleicht das Musik-Projekt, was ich mit entwickelt hab. Es ging da um das Herausfinden von Saitenverhältnissen und Tönen und die Zahlenverhältnisse (..). Hat sich aber in der Umsetzung auch immer sehr als schwierig herausgestellt. Das ist nichts, was sofort funktioniert. Sondern man, bei dem muss man immer mal wieder probieren und überlegen, warum haut nicht alles genau hin. Und / Also man kommt da auch auf Probleme, die jetzt vielleicht nicht ganz so einfach zu erklären sind. Das ist vielleicht der Nachteil daran. Aber es ist etwas, wo die Schüler (..) / ja doch, mit etwas gearbeitet haben, was sie vielleicht im Mathematikunterricht erst mal nicht erwartet haben, mit einer Gitarre oder überhaupt jeglichen Saiteninstrument. (..) Aber auch so Knobelaufgaben fand ich immer schön. Also das vermutlich eher von den Schülern, weil das sehr gut angenommen wurde. So Rätselaufstellungen (.), die sofort (.) angenommen wurden, und dann auch tatsächlich, wenn's mal ein bisschen länger gedauert hat, bis man auf eine Lösung kam, sehr gut ankamen. #00:05:52-2#

18. I: (.) Schön. (.) Wie zufrieden bist du mit der Maßnahme? Würdest du was ändern wollen? #00:05:57-5#

19. B: (..) Mit der M-/ mit den Kursen an sich? #00:06:01-4#

20. I: Ja. #00:06:02-1#

21. B: (..) Also ich glaub, es gibt immer Dinge, die man verbessern kann. Also prinzipiell, was mir immer einfällt, ist halt eher diese Organisation. Also, wie kommen die Projekte zur Schule, wie wird's in der Schule angenommen, wie wird's in der Schule auch umgesetzt. Ist es (.) wirklich am Nachmittag. Ich hatte es ja auch schon, dass es in den Schulunterricht eingeflossen ist. Also, dass es quasi in (.) / Wie hieß das / in der lernfreien Zeit / also in der lern-/ in der Zeit, in der man selbstorganisiert lernen durfte. Das fand ich eigentlich sehr schön, weil es quasi dann wirklich zum Unterricht, zur Schule, zum Schulalltag dazugehört hat. (.) Aber (.) das Problem ist halt da auch immer die Umsetzung, dass dann an den Schulen dann ganz oft andere Veranstaltungen in dieser Zeit liegen. Also das, ich glaub, das ist einfach die Organisation im Allgemeinen, die ich so meine. Ob das jetzt am Nachmittag ist und die Schüler vielleicht schon ein bisschen k.o. sind, oder ob's am Morgen ist (.). Aber so (..) sonst ist es erst mal (.) ja, das ist das Wichtigste, was ich ändern würde. Also, dass man da noch dran arbeitet.

#00:07:08-0#

22. I: (.) Gut. Das soll's erst mal so'n bisschen zu dem Themenbereich gewesen sein. Und jetzt wollen wir mal versuchen, eine Definition für den doch recht abstrakten Begriff Mathematik zu finden bzw. was Mathematik für dich selbst bedeutet. Und, dann starte ich hier schon mal die Aufnahme (...). Genau. Ich hab dir hier verschiedene Aussagen zum / zur Mathematik mitgebracht. Ich würde dich bitten, die einfach mal durchzulesen und eine Rangordnung dieser Aussagen zu erstellen. Und zwar sollst du sie danach ordnen, wie gut sie deiner Meinung nach Mathematik beschreiben. Ich hab hier so'ne Skala mitgebracht, die müsste hier noch irgendwie mit draufpassen, so. Genau. Und 1 bedeutet, dass die Aussage trifft stark zu deiner Meinung nach, und 9, die trifft weniger stark zu. Und erläutere dabei bitte, warum du die Reihenfolge so wählst und nicht anders. (.) Und eine kleine Anmerkung noch. Hier gibt's noch ein freies Item, also falls du irgendwas vermisst, kannst du gerne noch mit dem Folienstift was //ergänzen// #00:08:08-6#

23. B: //Sehr gut.// Okay. #00:08:10-3#

24. I: Genau. Aber nimm dir jetzt erst mal Zeit und lies dir das durch. #00:08:13-2#

25. B: (73) #00:09:26-9# Muss jedes eins zugeordnet werden? #00:09:29-1#

26. I: (..) Ja, also so (.) / Es sollte auf jedem Platz nur eins liegen. #00:09:34-8#

27. B: Okay. #00:09:35-0#

28. I: Also nicht zwei nebeneinander. #00:09:36-3#

29. B: Gut. (..) Ich überleg kurz, ob ich noch was aufschreiben muss. (5) Kann ich auch so'n Vergleich einfach aufschreiben (.), also so, wie ich- / #00:09:51-3#

30. I: Schreib auf, was du / was dir auf dem //Herzen liegt.// #00:09:52-8#

31. B: //Okay.// #00:09:53-7# (34) Muss ich noch überlegen, wie ich das (unv.) / Aber ich glaub/ (45) Ach, ich lass das jetzt erst mal so. (7). #00:11:24-0#

32. I: Gibt ja auch kein Richtig oder Falsch hier. #00:11:25-8#

33. B: Ja, ich glaub, ich lass das erst mal so. #00:11:28-0#

34. I: (.) Dann würde ich dich bitten, noch mal kurz zu erklären, warum du die Reihenfolge so gewählt hast. #00:11:32-7#

35. B: (7) Also als allererstes das Nacherfinden und Wiederentdecken, das ist einfach genau so, wie ich es mir vielleicht selbst vorstellen würde, die mathematische Tätigkeit. Dass man bestimmte Dinge in Natur und Umwelt mit Mathematik beschreibt. (.) Und dazu passt eigentlich auch, dass man halt alltägliche Aufgaben und Probleme lösen will. Also ich glaub, das ist so'n bisschen dieser Urpsrung von Mathematik , den ich da sehe. (.) Dann (.) auch das / also ich find auch, das Sachverhalte verstehen und Zusammenhänge sehen gehört / also ergänzt auch diese Sachen, die da am Anfang stehen, also es ist nichts, was sich jetzt im Gegenspruch steht. Und wichtig finde ich aber hier das Ideen-Haben. Also, dass man (.)/ Ohne die Idee zu haben, kann man jetzt auch keine alltäglichen Aufgaben lösen. Das gehört mir immer mit dazu. (.) Und, das ist / das ist auch das, was ich jetzt meine, wie eine eigene Sprache, (unv.) man (..) muss erst mal irgendwo eine bestimmte Axiomatik und strenge deduktive Methoden verstehen, weil's ja jetzt danach kommt. Aber dahin kann man dann sehr viel beschreiben und auch unterschiedlich meinen. Also es gibt ja (..) für die verschiedensten (..) ja, Formeln (.), die man schreiben kann / Und wenn man 'n bisschen an den / an den Formeln dreht, dann kommt was Neues raus. Und deswegen ist es eigene Sprache und auch diese Ideen haben, was kann ich jetzt verändern (.). Und halt auch das Beweisen, was ich da jetzt dann irgendwie auch bei Ideen-Haben verstehe, so dieses, ja, das würd ich auch noch (aufschreiben?). (.) Kann ich es einfach als (still?) umschreiben? #00:13:15-5#

36. I: Genau. #00:13:16-6#

37. B: (11) Dass man Dinge ausprobiert und dann zum Beispiel über eine gute Idee dann zum Beweis kommt von den Aussagen. Genau. Und dann kommt das, was wir eigentlich auch in der Uni jeden Tag gelernt haben, dass / diese bestimmte Axiomatiken, Begriffe, und dann darin in diesen Regeln einfach zu variieren. (4) Genau, also das / diese beiden Aussagen würde ich jetzt fast auch / könnte ich vertauschen. Die sind für mich jetzt sehr ähnlich. (4) Ach so, das ist jetzt hier nach unten gerutscht (lacht). #00:14:02-0#

38. I: (..) Kannst du auch gerne nach oben sortieren. #00:14:04-1#

39. B: Ja, vielleicht (...) vielleicht hier noch dazu. (7)

Also indem man halt bestimmte Probleme löst, wie es jetzt hier da steht, bringt man halt natürlich auch der Gesellschaft einen Nutzen. Das (.) gehört da mit dazu. Die letzten beiden, die ich jetzt noch nicht kommentiert hab (..) / Hier stört mich, dass man / dass hier steht, dass (.) die genau angeben, wie man Aufgaben löst. Also / Also natürlich hat das immer so / diese Mathematik, sagt man ja, es gibt für alles genau eine Lösung und es gibt nur einen richtigen Rechenweg beispielsweise jetzt in der Schule. Aber dem würde ich auf jeden Fall total widersprechen. (.) Weil's (...) meiner / Gerade das Schöne ist, wenn man halt, zum Beispiel eine Idee hat, und es dann doch noch anders erklären kann, eine andere Verbindung sieht. Und das muss manchmal auch einfach nicht immer aufgehen. Genau so ist es hier. Also, dass das halt widerspruchfrei ist, ist vielleicht das, was man erst mal vermitteln sollte, damit man (...) / Ja, das sollte man nicht vermitteln, aber vielleicht beim Unterrichten beispielsweise muss man erst mal versuchen, ein Denkgebäude aufzubauen, was vielleicht widerspruchsfrei ist. Aber es fängt an, interessant zu werden, wenn halt dann zeigt, dass es eben doch nicht immer widerspruchfrei ist. Und dass (.) / Ja, es kommt halt darauf an, wie exakt man die Begriffe definiert. Wenn sie / Wenn man halt in einem bestimmten Bereich sehr exakt bleibt, dann kann man da noch widerspruchsfrei bleiben, aber sobald man ein bisschen rausgeht aus diesen Definitionen (..) ist es halt doch nicht immer widerspruchsfrei. Und allein, dass alles beweisbar ist, oder eindeutig beweisbar, das (.) würd ich auch nicht untersch-/ also bestätigen. Ja. Genau, das ist eben das am Ende. #00:15:54-3#

40. I: (..) Okay. Vielen Dank. Und jetzt noch mal so als letzter Punkt wollen wir doch noch mal so'n kleines bisschen zum Schülerforschungszentrum zurückkommen. Und ich würde dich bitten, die Aussagen gegebenenfalls so umzuordnen und zu sortieren, wie stark sie deiner Meinung nach für die Arbeit im Schülerforschungszentrum relevant sind bzw. deiner Meinung nach dem Bild von Mathematik entsprechen, das den Schülerinnen und Schülern in der Maßnahme vermittelt wird. (.) Und auch hier erläutern, warum du das gegebenenfalls umordnest oder warum du das so lässt. #00:16:23-6#

41. B: (...) Hm, also ich denk jetzt an die Schüler, wie die das jetzt fordern würden. Dann würde ich diese beiden Punkte, die ich glaub ich, jetzt hier hatte, zum Beispiel / (78) #00:17:52-5# Okay, ich glaube (4), ich glaube so. #00:17:59-8#

42. I: Warum hast du es so umgeordnet? #00:18:02-2#

43. B: Weil das, also gerade, das, was ich jetzt am Ende gesagt hab, dieses, es lässt sich alles genau erklären, es

gibt immer eine Lösung oder (4) dass Mathematik ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude darstellt, das ist (nämlich?) genau das, womit die Schüler eigentlich in die Kurse kommen. Und gerade dann sagen, also, das hab ich immer so das Gefühl gehabt, sie suchen nach der einen richtigen Methode, ein bestimmtes Problem anzugehen. Und dann erst mal diese / diese Information, dass es vielleicht nicht immer nur eine Lösung gibt oder dass es auch unterschiedliche Lösungen richtig sein können, dass man trotz vielleicht auch einem falschen Lösungsweg zum richtigen Ergebnis kommen kann, solche Sachen dann eigentlich erst in dem Kurs (..) aufgezeigt wurden. Also die Schüler sagen ha- / also, das hatte ich ganz oft, das Gefühl, dass die sagen, ja, wenn er das schon richtig hat und ich hab das nicht so, dann ist meins automatisch falsch. Obwohl die andere Lösung vielleicht genau so richtig sein kann. Und ich glaub, das ist auch das Gefühl, was man im einfachen Mathemtikunterricht (.) von (.) der alten Schule vermittelt bekommt. (.) Natürlich die alltäglichen Probleme, das ist, glaub ich, allein schon durch die Aufgabenstellung immer so, dass man dann doch denkt, ja, mit dem, was ich jetzt (.) in der Schu- / was ich jetzt mache, das bleibt. Also dass die Au- / die Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht einfach alltägliche Probleme behandeln. Deswegen denk ich, dass das sogar gleich bleiben könnte oder ähnlich wie zu meinem vorher Gelegten. (.) Dann ganz klar, man lernt in der Schule sehr viele Definitionen, Formeln, (.) das ist das erste, was man da irgendwie damit verbindet. (..) Und gerade, warum hab ich das jetzt hier unten hingelegt. Ganz oft hat man (..) / Das, das ist halt //schon schwierig//. #00:19:51-6#

44. I: //Es geht ja nicht um das, was// im Matheunterricht in der Schule, sondern //was da für im, im - // #00:19:54-0#

45. B: //Ja, das im Kurs.// #00:19:54-9#

46. I: Genau, was da relevant ist. #00:19:57-1#

47. B: (.) Das ist / Das ist irgendwas (.) / Das ist auch so unterschiedlich. Also jeder Schüler würde das vermutlich wieder anders legen, auch in dem Kurs. (7) Das würd ich vielleicht doch noch 'n bisschen höher legen. (8) Das ist schwierig. (9) Also, was wir jetzt, so wie ich sagen würde, wie die Schüler in den Kurs kommen (.) und was sich aber dann, denk ich halt wie gesagt, auch verändert. Also, dass man/ #00:20:44-5#

48. I: Würde sich das deiner Meinung nach noch verändern? Also wie sähe es am Ende aus? #00:20:47-8#

49. B: (..) Na am Ende, würd ich halt auch sagen, dass (.),

dass dieses Eindeutige und / es gibt / dieses (6)/ ja, das hab ich jetzt auch schon 'n Stück nach unten gerückt. Genau, dass, das / diese Karte auch immer weiter nach unten rücken würde. (...) Genau, Sammlung von Verfahren und Regeln. Man merkt halt ganz schnell, dass es eben keine Sammlung ist, sondern dass (..), dass man eigentlich immer wieder neu denkt. (.) Also ich glaub, dass -/ #00:21:23-9#

50. I: Darfst du auch gerne nach unten //rutschen.// #00:21:24-9#

51. B: //Genau.// (6) Und das eben auch / Also dieses Nachempfinden (.) würde dann auch im Laufe des Kurses wieder nach oben rutschen. #00:21:39-7#

52. I: Dann (.) rutsch das mal nach oben. #00:21:42-6#

53. B: (lacht) (34) #00:22:18-9#

54. I: Bist du zufrieden? #00:22:20-7#

55. B: (7) Hmm (4) Ja, ich würde maximal das hier vielleicht noch unter die beiden (7). Wobei diese Begriffe halt jetzt von den Schülern vermutlich nicht kämen (.) / Also es k-/ kommt auch 'n bisschen auf das Alter drauf an. Ja (.) Aber so, so würd ich jetzt sagen, wenn man diesen Kurs (.) schon länger besucht hat, dann würden sich die Wahrnehmung oder das Bild von Mathematik halt in diese Richtung verändern. #00:23:06-1#

56. I: Okay. Vielen Dank dafür. Möchtest du sonst noch irgendwas zum Thema beitragen oder ergänzen, irgendwas, was dir noch auf dem Herzen liegt, was wir noch nicht angesprochen haben? #00:23:14-6#

57. B: (...) Momentan nicht, nein. #00:23:18-6#

58. I: Okay, gut. Dann bedanke ich mich noch mal für deine Teilnahme am Interview und beende jetzt die Aufnahmen. #00:23:24-1#

B.2. Proband SAM 02 I 05

1. #00:00:01-0#

2. I: Dann, vielen Dank, dass du dich dazu bereit erklärt hast, an diesem Interview teilzunehmen. Alle erhobenen Daten werden vertraulich behandelt und ausschließlich zu Forschungszwecken verwendet. Und es soll uns heute um die Schülerakademie Mathematik sowie um dein persönliches Bild von Mathematik gehen. Zunächst würde ich dich mal bitten, etwas über deinen beruflichen Werdegang zu erzählen. #00:00:20-6#

3. B: (.) Also ich hab in Jena Mathematik studiert und auch promoviert in 'ner Algebra. Also irgendwas (.) jenseits jeglicher Anwendung sozusagen. Und nach der Promotion (.) hab ich (.) die akademische Laufbahn hingeworfen und bin seitdem als Softwareentwickler tätig. #00:00:41-8#

4. I: (.) Danke. Wie viel Lehrerfahrung hast du bereits gesammelt? #00:00:46-0#

5. B: Während -? #00:00:47-9#

6. I: Während deines gesamten // deiner gesamten beruflichen Laufbahn.// #00:00:49-5#

7. B: //Also inklusive// (.) Schülerakademie - #00:00:53-0#

8. I: Genau. #00:00:53-3#

9. B: Okay. (.) Also ich hab (.) in der Zeit, als ich studiert hab, glaube ich, fünf Übungsgruppen geleitet. Und (.) in meiner Promotionszeit dann (.) jede / in jedem Semester ein bis zwei. Mal so, mal so. Und (.) also das waren sieben Semester, die ich promoviert hab. Und (.) war vermutlich so gut zehn, zwölf Mal, möglicherweise auch 'n bisschen öfter als Betreuer und Kursleiter bei der Schülerakademie Mathematik mit. Und außerdem hab ich einmal 'n Kurs bei der deutschen Schülerakademie geleitet. #00:01:37-7#

10. I: (..) Seit wann arbeitest du bei der Schülerakademie Mathematik mit? #00:01:42-6#

11. B: Seit 2007. #00:01:46-4#

12. I: (..) Okay. Was ist deine persönliche Motivation, bei der Schülerakademie Mathematik mitzuarbeiten? #00:01:53-4#

13. B: (.) Zum einen macht's mir Spaß, irgendwie ja (.) Dinge zu unterrichten, mathematische Dinge für Schüler, die ich als interessant erachte. Also die Arbeit mit den Schülern macht mit zum einen Spaß, weil die ja in der Regel sehr motiviert

sind. Zumindest verglichen mit dem Durchschnittsschüler jetzt vielleicht, wenn sie's in den Ferien machen. (.) Und (..) zum anderen ist es auch so, dass man tatsächlich noch neue Dinge lernt, auch wenn man Sachen vorbereitet, wo man denkt, man kennt sich im Thema aus. Manchmal hab ich absichtlich auch Sachen genommen, von denen ich mich nicht auskannte. Sondern (.) das zum Anlass genommen, mich damit zu beschäftigen. (.) Und ja, und abgesehen davon gibt's ja nicht nur den Unterrichtsteil, sondern auch den anderen Ferienlagerteil sozusagen. (.) Ja. Weswegen ich auch mitfahre. Weil man da zum Beispiel Leute trifft, die dieselben Brettspiele mögen wie man selbst oder so was in der Art. Oder denselben Humor haben. #00:02:52-4#

14. I: (..) Schön. An welche Schüler bzw. Schülerinnen richtet sich deiner Meinung nach das Angebot? #00:02:58-7#

15. B: (.) Das richtet sich an (.) Schüler und Schülerinnen der Klassen 8-12 oder 13, je nach Bundesland. Und zwar solche, die Mathematik erstens gern machen und denen Mathematik in der Schule zweitens auch leicht fällt. Ja. Und die halt auch neue Dinge kennenlernen wollen. Also, ich mein, es gibt natürlich auch genügend Leute, die / denen Mathematik leicht fällt, die sich aber nicht so weit dafür interessieren. Aber die, die halt Spaß in solchen Knobelsachen haben oder einfach neue Dinge kennenlernen wollen, wie Mathematik auch angewendet wird oder was damit auch zum Teil in der Forschung gemacht wird und so weiter. Die sich halt dafür interessieren. #00:03:45-4#

16. I: Ja. Worin siehst du den Mehrgewinn für Schülerinnen und Schüler im Vergleich zu anderen außerschulischen Angeboten im selben Fachbereich? #00:03:53-7#

17. B: (.) Oh, das ist schwierig, weil ich da keinen richtigen Überblick über andere Angebote hab. Also, das eine ist, was vermutlich wirklich wenig andere Angebote haben (.), dass Mathematik unterrichtet wird, die (.) / also zum Teil auch höhere Mathematik sogar - jetzt nicht so wahnsinnig viel, aber - die halt in solche Bereiche reinschnuppert, was für viele andere Angebote nicht möglich ist, weil man erstens da weniger Zeit hat oder weil es einfach nicht das Ziel der anderen Angebote ist, so was zu zeigen. Und dass man da halt sieht, ah, Mathematik hat diese oder jene Auswirkung oder wird da oder dort verwendet. (.) Das / Das ist, glaube ich, der eine Mehrgewinn. Und der andere Mehrgewinn ist, dass es doch zumindest so ab Klasse 10 bestimmt immer einen Kurs gibt, der doch deutlich abstrakter ist als das, was (.) normalerweise einem erzählt wird als Schüler, wenn man irgendwo ist. Und (.) / Also, dass man da wirklich - das ist halt am Anfang mal schwer, aber - völlig neue Gedankengänge erlernen muss. Und,

wenn's gut läuft, auch erlernt. #00:05:06-7#

18. I: Ja (.). Was war dein Lieblingsthema, das du mit Schülerinnen und Schülern bearbeitet hast, und warum? #00:05:12-9#

19. B: (4) Ja, wahrscheinlich (..) das Kartenmischen. Also, wo man ausrechnet, wie oft man so'n Stapel Karten mischen muss, bis er wirklich gut durchmischt ist. Zum einen, weil das (.) na ja, so ganz nah an der praktischen, tagtäglichen Anwendung ist. Und zum anderen ist es halt echt nicht einfach, diese Sachen zu zeigen, zu beweisen. Aber es braucht kaum höhere Mathematik. Und ich hab auch, als ich das Thema angefangen hab zu bearbeiten, nicht genau gewusst, wie das funktioniert. Also ich hatte woanders mal selber 'n Workshop dazu, wo das angerissen wurde, und hab mich dann halt damit beschäftigt. Das heißt, das eine war in der Vorbereitung, die hat mir Spaß gemacht, und das andere war, dass halt (.) der Kurs dann wirklich gut gelaufen ist und echt interessant war. #00:06:11-1#

20. I: (.) Ja. Wie zufrieden bist du mit der Maßnahme? Würdest du was ändern? #00:06:16-4#

21. B: (5) Ich glaub, das würd das Interview sprengen, wenn ich jetzt anfange, mir drüber Gedanken zu machen, was man alles ändern könnte oder nicht. Da ich vielleicht auch zu viel (.) Einblick in die Organisation oder so / Also grundsätzlich bin ich erst mal sehr zufrieden, denn ich denke, dem Großteil der Schüler, der mitfährt, macht es Spaß und lernt auch was dabei. Und (.) den Betreuern sollte es eigentlich genau so gehen. (.) Ja, aber also das mit den Änderungen, ich glaube, das wird zu detailliert. #00:06:52-6#

22. I: Okay. (..) Gut. Vielleicht irgendwie so stichpunktartig, paar Stichworte oder so. #00:07:00-5#

23. B: Nee, das müsst ich erst mal bei vielen Sachen mir drüber Gedanken machen, wie läuft's, wie könnte man's besser machen. Das habe ich halt so detailliert im Vorfeld nicht gemacht. Denn da hängt ja / An einer Änderung hängen meist auch irgendwelche anderen Änderungen dran. Und ja. #00:07:14-3#

24. I: Ja, okay. Das ist vollkommen in Ordnung. Gut, dann (.) woll-/ soll's das zunächst erst mal zu der Schülerakademie Mathematik sein. Und jetzt wollen wir mal versuchen, eine Definition für den doch recht abstrakten Begriff Mathematik zu finden bzw. was Mathematik für dich selbst bedeutet. (.) Ich starte mal die Videoaufnahme. (.) Und habe dir hier

verschiedene Aussagen zu Mathematik mitgebracht. Ich bitte dich, die dir dann mal durchzulesen - kannst dir dafür auch ein bisschen Zeit nehmen - und eine Rangordnung dieser Aussagen zu erstellen. Und zwar sollst du sie danach ordnen, wie gut sie deiner Meinung nach Mathematik beschreiben. Dabei bedeutet die 1, das trifft deiner Meinung nach stark zu, die 9, das trifft deiner Meinung nach weniger stark zu. Und ich würd dich dann bitten, zu erläutern, warum du die Reihenfolge so wählst und nicht anders. (.) Und noch / Es gibt auch ein freies Item, also wenn dir hier irgendwas fehlt, was deiner Meinung nach aber unbedingt dazugehört, dann kannst du das mit diesem Folienstift noch da draufschreiben. #00:08:18-3#

25. B: (6) So, also ohne mir irgendwas Anderes durchzulesen (.), würd ich das mal ganz unten einordnen. #00:08:30-6#

26. I: Warum? #00:08:32-1#

27. B: (.) Weil das was ist, was meiner Meinung nach Mathematik überhaupt nicht beschreibt. Also (.) das kommt vielleicht daher, dass ich vor nicht allzu langer Zeit promoviert hab. Vielleicht würde ich das in (.) ein paar Jahren anders sehen oder so. Aber das hat definitiv nichts damit zu tun, wie ich Mathematik kenne. Also das ist definitiv keine Sammlung von Verfahren, die irgendwas genau angeben. #00:08:59-3# (28) #00:09:27-0# So (4). Also Mathematik ist ein logisch widerspruchsfreies Denkgebäude. Das hofft man. Man arbeitet zumindest so, dass man annimmt, es wäre so. (.) Ich bin mir nicht sicher, ob das tatsächlich der Fall ist, deshalb ordne ich das mal auch nach unten. Also es könnte sein, dass es eigentlich weiter nach (.) oben gehört, aber (...) das ist wahrscheinlich eher 'ne Glaubensfrage. Und (.) da glaube ich gerade nicht so hundertprozentig dran. Also ich glaube relativ stark dran, aber nicht stark genug, um (.) das weiter - im Vergleich zu den anderen Aussagen - nach oben zu tun. (11) So, also Mathematik hilft, alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen. Das hängt möglicherweise davon ab, was man für Aufgaben und Probleme hat. Also das ist jetzt (..) vergleichbar mit Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft. Also das trifft auf jeden Fall zu, auch wenn er oft nicht direkt zu erkennen ist. Weil man über gewisse Dinge nicht nachdenkt. Also, wenn man jetzt über die Verschlüsselung im Internet nachdenkt, also E-Mails oder so, wo Verfahren benutzt werden, die (.) irgendwann zum Beispiel in den 20er, 30er Jahren untersucht wurden und die dann halt später einfach genommen wurden, da denkt halt keiner drüber nach, dass das so ist. Aber meiner / ohne das funktioniert halt (.) kein Internetbanking oder so was in der Art. Das heißt, dann hat's halt so wie so / ist jetzt nur ein Beispiel davon, es würde auch ohne schnelle (Fourier?)-Transformation

kein Auto funktionieren. Also alles, was irgendwie mit Computer zu tun hat, würde viel zu lange brauchen (.). Die Frage ist, ob man das jetzt mit als hilft, alltägliche Aufgaben und Probleme zu lösen, ansieht. Also, wenn man sagt, na ja, ich muss von A nach B kommen möglichst schnell, dann trifft es auf jeden Fall zu. Je nachdem, was man so / Also wenn man jetzt (.) irgendwie denkt, na ja, man muss jetzt noch einkaufen, da hilft Mathematik vielleicht nur (.) bedingt. Deswegen ist halt die Frage, wie man das interpretiert, wie weit oben man das einordnen soll. Also das würde ich auf jeden Fall relativ weit oben einordnen. (..). Mal gucken (..). Mathematische Tätigkeit besteht im Erfinden bzw. Nacherfinden von Mathematik (4). Die ist mir ein bisschen zu unspezifisch, die Aussage. (8) Also, es kann sein, dass sie was meint, was tatsächlich sehr zutrifft, aber (...) ja, würd ich (..), würd ich vielleicht auch anders interpretieren und dann (.) ist die Aussage halt relativ weit unten. (...) //Das ist auf jeden Fall// #00:12:41-4#

28. I: //Du kannst deine Interpretation// auch gerne irgendwie äußern (unv.). #00:12:44-8#

29. B: Na ja, die Frage / Die Frage ist, was bedeutet Mathematik eigentlich, ja. Also ich beschreib gerade mathematische Tätigkeit, indem ich irgendwie erkläre, was Mathematik ist. Ich soll aber gerad hier erklären, was Mathematik eigentlich ist. Also (.) wenn ich davon ausgehe, ich hab (.) irgendein Gebiet, wo rumgeforscht wird, es sollen neue Beweise gefunden werden, möglicherweise neue Definitionen, um irgendwelche Sachen besser zu erklären oder überhaupt beweisbar zu machen einfach dadurch, dass man 'nen (..) supertolles Theoriegebäude entwickelt. Was tatsächlich der Fall in gewissen Forschungsbereichen. Dann trifft das halt voll und ganz darauf zu (..). Kann aber auch heißen (..), weiß nicht, dass ich (.), dass ich mir irgendein Buch durchlese, über das, was die Griechen gemacht haben oder so. Und dann ist es für mich schon wieder nicht so sehr mathematiklastig. Deswegen, ja. Je nachdem, wie man das interpretiert. (.) Auch, wenn Mathematik zu treiben (.) auch was damit zu tun hat, Dinge, die vor mehreren Jahrhunderten gemacht wurden, zu lesen, zu verstehen, was die Leute da getan haben. Ja. Aber ich denk, die anderen Aussagen passen mehr zur Mathematik. (16) Na ja, also das würde ich sofort unterstützen. Das fällt mir jetzt schwer, das irgendwie im Gegensatz zu dem allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen höher oder niedriger einzuordnen. #00:14:35-5#

30. I: Würde dich aber dazu zwingen. #00:14:36-9#

31. B: Ja, ich hab ja noch 'n bisschen Zeit. #00:14:39-3#

32. I: Genau, (unv.) nimm dir ruhig Zeit. #00:14:41-2#

33. B: (.) So, Mathematik ist das Behalten und Anwenden von Definitionen, Formeln, von mathematischen Fakten und Verfahren. (.) Das ist tatsächlich in 'nem großen Fall so. Also man hat ja auch öfter mal so den Eindruck (..) bei der öffentlichen Thematik oder so, dass (.) Mathematiker irgendwelche Genies sind, die ganz abstruse Gedanken haben und so weiter. Aber (.) 'n Großteil ist tatsächlich so, dass man, also dass viele Mathematiker, viele gute Mathematiker ein riesiges Wissen haben (.) von dem, was in der Mathematik alles so (.) geleistet wurde. Und aufbauend auf dem Wissen dann zu ihren Ergebnissen kommen. Also das ist / Ich denk mal, das ist auf jeden Fall mehr der Fall als es im öffentlichen Raum wahrgenommen wird. Weil vor allen Dingen auch, ich sag mal jetzt bei Schülern oder so, Mathematik oft damit einhergeht, dass man denkt, ja man hat hier irgendwelche Aufgaben und hat clevere Ideen, um die zu lösen. Aber wenn man / Also schon, wenn man jetzt, sag ich mal, zu den Schülern, die sehr erfolgreich bei der Matheolympiade sind, geht, und sich anguckt, was die über geometrische Sätze aus der Elementargeometrie wissen, das ist in der Regel mehr als der durchschnittliche Professor wahrscheinlich und so wie so mehr als der durchschnittliche Student. Und die benutzen diese Dinge dann einfach so. Das ist, glaub ich, mehr als man (.) gemeinhin (.) sagen würde. Also ich würd's wahrscheinlich auf jeden Fall hier drüber einordnen und noch (.) hier drunter. (.) So, die entscheidenden Basiselemente der Mathematik sind ihre Axiomatik und die strenge deduktive Methode. (5) Das ist jetzt möglicherweise so 'ne Frage, wie man Mathematik definiert. Denn es gab ja auch Mathematik schon vor'm 19. Jahrhundert. Und die war gar nicht so unerfolgreich. Und diese Mathemtik hatte / Also vor allem die Leute, die das damals gemacht haben, haben relativ wenig mit diesen Sachen zu tun gehabt oder sich nicht doll drum geschert, wenn man auf ein Ergebnis einfach auch besser kam, wenn man das nicht gemacht hat. So wie Mathematik heute läuft und wie man zu Aussagen kommt, ist es tatsächlich 'n wesentlicher Teil davon. Aber ich denke, man könnte (.) gewisse Teile (..) auch machen, wenn man sich nicht ganz so streng daran hält. Also, irgendwie in Analysis, das ist ja erst irgendwie Mitte des 19. Jahrhunderts durch Weierstraß gekommen, vorher wurde (.) ja, ganz lustig mit 'nem Haufen divergenten Reihen hin und her gerechnet und die kamen trotzdem auf gute Ergebnisse. Das heißt, es ist schon ziemlich wichtig, (.) aber man könnte Mathematik in Teilen zumindest auch anders erfolgreich betreiben. (.) Deswegen (.) ordne ich das mal hier ein. So. Jetzt muss ich mich noch zwischen den beiden (.) entscheiden, die jetzt so von den Aussagen her nichts miteinander zu tun haben. (...)

Und du willst noch 'ne Begründung haben dafür, ne. #00:18:02-7#

34. I: Ja, wäre nicht schlecht. #00:18:04-8#

35. B: (..) Ich stelle den gesellschaftlichen Nutzen jetzt über den persönlichen (..) Antrieb (unv.). #00:18:18-7#

36. I: Möchtest du noch was ergänzen, was dir gefehlt hat? #00:18:22-7#

37. B: Nö, eigentlich nicht. #00:18:24-6#

38. I: Okay, gut. Dann danke dafür. Und jetzt wollen wir doch noch mal 'n bisschen zurückkommen zur Schülerakademie Mathematik. Und ich würde dich bitten, die Aussagen gegebenenfalls so umzuordnen und zu sortieren, wie stark sie deiner Meinung nach für die Arbeit in der Schülerakademie Mathematik relevant sind bzw. deiner Meinung nach dem Bild von Mathematik entsprechen, das den Schülerinnen und Schülern in der Maßnahme vermittelt wird. Und erläutere bitte auch hier, warum du gegebenenfalls umsortierst (..) oder nicht umsortierst. #00:18:57-0#

39. B: (.) Okay (.) ach so, jetzt //dieselben Aussagen// #00:19:02-0#

40. I: //genau, dieselben Aussagen, genau.// #00:19:03-6#

41. B: Dieselben Aussagen für die (unv.) Schülerakademie Mathematik (4). Also jetzt aus Schülersicht oder aus meiner Sicht für die Schüler? #00:19:16-9#

42. I: Aus deiner Sicht für die Schüler. #00:19:18-4#

43. B: Aus meiner Sicht für die Schüler (5). Ja, ich glaube, da würde ich das zum Beispiel weiter nach unten tun, denn (..) also es gibt (.) Unterrichtsthemen, in denen das nicht unwichtig ist. Aber oft ist es ja so, oder zumindest meist bei meinen Unterrichtszielen des Öfteren zu, dass ich eigentlich irgendwas Konkretes hab, was die Schüler kennen, und damit versuche, gewisse Dinge zu erklären oder die weiterzuführen. Und klar, da tauchen Beweise drin auf, aber man (.) ja (..) / Also ich richte es schon danach, dass man/ dass ich, auch wenn ich nicht alles beweise, sage, das folgt aus dem, das folgt aus dem und so weiter. Aber über Axiomatik macht man sich da relativ wenig Gedanken. Also man nimmt einfach Sachen hin, wie man's aus der Anschauung kennt (.) und ja, geht jetzt davon aus, dass (.) die Leute, also die Schüler 'ne Vorstellung von Zahlen haben und nimmt / baut einfach auf der Vorstellung von

Zahlen auf. (.) So (...) Das Behalten und Anwenden von Definitionen, Formeln, Fakten und Verfahren würde ich da tatsächlich 'n bisschen in den Hintergrund stellen, weil in irgendwie drei bis vier (.) 90-Minuten-Kursen man jetzt nicht davon ausgehen kann, dass die jetzt irgendwelche komplizierten Definitionen im Kopf behalten. Also natürlich (.) braucht man die, wenn man in der zweiten Stunde auf 'ner Definition der ersten Stunde aufbaut. Aber dann sagt man, na ja, guckt da noch mal nach oder schreibt das selber noch mal an die Tafel. Und um's Auswendiglernen von diesen Dingen oder, ja, wenn man's so mal nennen will, Auswendiglernen, anderes Wort dafür, geht's eher weniger darum. (.) Genau so mit dem (.) widerspruchsfreien Denkgebäude und so weiter. Das ist, glaube ich, einfach zu abstrakt für die Schüler. Auch, wenn man wie gesagt mit Beweisen arbeitet und man versucht, die Sachen so eindeutig wie möglich zu formulieren. Aber in gewissen Fällen kann man sie gar nicht so eindeutig formulieren, wie es eigentlich nötig wäre. Den Schülern fällt aber auch gar nicht auf, dass so 'ne Aussage vielleicht noch 'ne Mehrdeutigkeit zulässt oder 'ne Definition nicht ganz genau ist, weil halt die technischen Dinge fehlen. Aber (.) das braucht man an den Stellen des Öfteren gar nicht. (..) So. (..) Mathematik hat einen allgemeinen, grundsätzlichen Nutzen für die Gesellschaft, ja, das würde ich schon da oben lassen aus prinzipiellen Gründen. #00:22:13-4# (13) Ja, ich glaub, die vier hier oben, die würde ich mit derselben Begründung oben lassen, wie ich sie auch vorher oben gelassen hatte. Jetzt bin ich mir noch nicht sicher, wie das mit dem Einordnen der Sammlung von Verfahren und Regeln ist. (.) Das ist ja (...) (unv.), wenn die da irgendwie (..) hiermit dazu jetzt in dem Fall. Ich denke, es steht an der Stelle tatsächlich noch drüber. Ich würd's glaub ich / Ich würd's, glaub ich, auch hier lassen, weil an einigen Stellen ja doch neue Dinge dazukommen und man vielleicht zwei Jahre später als Schüler dann noch mal dahinguckt und sagt, ach ja, das haben wir damals gemacht. Habe ich zwar nur zur Hälfte verstanden, aber mittlerweile, mit dem, was ich jetzt hab, verstehe ich es besser. Oder da war halt dieser Algorithmus drin und den benutze ich jetzt einfach mal. So in der Art. #00:23:28-1#

44. I: Auch hier hast du noch die Möglichkeit, wieder was hinzuzufügen, wenn dir was fehlt. #00:23:32-0#

45. B: (.) Nö, glaube ich nicht. #00:23:34-9#

46. I: Okay. Dann (.) haben wir's eigentlich schon geschafft. Als letzte Frage: Möchtest du noch irgendwas zum Thema beitragen, ergänzen, was noch nicht besprochen wurde, was dir auf dem Herzen liegt, was du gerne loswerden möchtest //zum Thema?// #00:23:46-5#

47. B: //Nö.// #00:23:47-1#

48. I: Gut, dann bedanke ich mich noch mal für deine Teilnahme am Interview und beende jetzt die Aufnah-/ #00:23:51-9#

C. Kategorienbildung

Proband	Transkriptabsatz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
SFZ 01 I 01	11	mathematisch begabte Schüler	mathematische Begabung	Begabung als kognitive Kompetenzen, die die für das Alter erwarteten übertreffen	Kategorie: mathematische Begabung; subjektiv empfunden (Verweis auf eigene Diagnosekompetenz), Kriterium: für Alter erwartete kognitive Kompetenzen übertroffen; schwammiges Konzept
	11	Interessierte Schüler	allgemeines Interesse	Allgemeines Interesse an Mathematik und spezifisches Interesse an Teilnahme	Kategorie: Interesse; allgemeines Interesse an Mathematik, spezielles Interesse an Neuem, Anwendung, Forschungsrealität; Interesse kann gestärkt werden
	11	ich hatte wenn ich das so diagnostizieren kann schon begabte Kinder	Begabungszuweisung anhand eigener Diagnosekompetenz		Kategorie Leistungsstärke
	11	Interesse an AG teilzunehmen	spezifisches Interesse (Partizipation)		Kategorie: kognitive Dispositionen
	13	Begabung subjektiv betrachtet, kein IQ-Test gemacht	Begabungszuweisung durch subjektives Empfinden		Kategorie: Offen für alle, Interesse kann geweckt werden, Meinungsbildung
	15	für den Altersbereich mathematische Inhalte sehr gut mit Schülern betrachten	Kriterium für Begabungsdiagnose: für Alter erwartete kognitive Kompetenzen übertroffen		Kategorie: Altersstufe; von Maßnahmenkonzept vorgegeben
	13	alle mathematisch interessierten	allgemeines Interesse	Allgemeines Interesse an Mathematik und spezifisches Interesse an mathematischer Tätigkeit/Beschäftigung	Kategorie: Leistungsstärke irrelevant

Proband	Transkriptabsatz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
SFZ 02 I 02	13	müssen nicht unbedingt die Besten von den schulischen Leistungen her sein	nicht unbedingt Leistungsstärkste	Leistungsstärke persönlich weniger relevant, aber von Maßnahme als gewünscht empfunden, Leistungsstärke = das was Schul-Lehrkräfte als solche erachten	Kategorie Volition, Selbstdisziplin
	13	interessiert, sich zu Beschäftigen mit mathematischen, naturwissenschaftlichen Inhalten	spezifisches Interesse (Beschäftigung/Handlung), Interdisziplinarität	Selbstkompetenz im Mathematikunterricht, Selbstregulation	
	13	tatsächliche Zielruppe eher die die auch im Matheunterricht sehr gut sind	Leistungsstärke (von Maßnahmenkonzept als gewünscht empfunden)	Offen für Alle (Breite)	
	13	im Mathe unterricht sehr gut zurecht kommen	kognitive Kompetenzen zur Selbstorganisation/Selbststeuerung		
	13	die im Matheunterricht aus Sicht der Lehrkräfte vielleicht zu den Besseren gehören	Expertendiagnose von Leistungsstärke		
	13	gründsätzlich ist Angebot offen für alle	Offen für alle (Breite)		
SFZ 03 I 04	13	Das Alter, ab Klasse 5 eigentlich sehr gut	Teilnahme an Altersstufe gebunden	Altersstufe von Maßnahme vorgegeben	
	13	wichtigste Voraussetzung, dass Schüler sich selbst anmelden würde	Freiwilligkeit, intrinsische Motivation	Freiwilligkeit und intrinsische Motivation	
	13	eigene Entscheidung, bei Projekt mitzumachen	Freiwilligkeit, intrinsische Motivation	Leistungsstärke zweitrangig	

Proband	Trans-kriptab-satz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
	13	ob Schüler sehr gut in Mathe ist oder sich selbst im Mitelfeld sieht, ist zweitrangig	Leistung, Begabung?, Selbstbild des Schülers zweitrangig	mathematisches Selbstbild des Schülers zweitrangig	
	13	wichtig, dass bestimmtes Interesse vorhanden ist, das noch geweckt oder gestärkt werden kann	Minimum an Interesse, Interesse kann geweckt und gestärkt werden	Interesse; kann gestärkt werden	
SFZ 04 I 00	11	interessierte Schüler	allgemeines Interesse	allgemeines Interesse und spezifisches Interesse an neuen Inhalten	
	11	speziell für Naturwissenschaften	Interdisziplinarität	Freiwilligkeit und intrinsische Motivation	
	11	über regulären Stoff hinaus, an eigenen Interessen und Inhalten arbeiten	neuer Input, Interesse, Volition	Volition, Verbindlichkeit, Selbstdisziplin	
	11	setzt Freiwilligkeit von Seiten der Schüler voraus	Freiwilligkeit, intrinsische Motivation	Altersstufe von Maßnahme vorgegeben (Interesse aber wichtiger)	
	11	Teilweise auch Verbindlichkeit	Verbindlichkeit	losgelöst von Leistungsstärke	
	11	oft eben freiwillige Sachen	Freiwilligkeit, intrinsische Motivation	Offen für Alle (Breite)	
	11	Von der Altersklasse her so 7. bis 10. Klasse	Kerngruppe durch Alter bestimmt	Begabung als schwammiges Konzept nicht entscheidend	
	11	Vielleicht auch jemand aus 11/12 oder 5/6, den das besonders interessiert	Interesse, wichtiger als Altersvoraussetzung		

Proband	Transkriptabsatz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
	11	Ansich haben Schüler erstmal gar keine Voraussetzungen	Offen für alle (Breite)		
	11	müssen keine 1 oder 2 haben	Losgelöst von Leistungsstärke		
	11	Schüler von verschiedenen Schultypen	Offen für alle (Breite)		
	11	Interesse ist das Entscheidende	allgemeines Interesse		
	11	wenn zusätzlich begabt – was auch immer das bedeutet – ist das toll, aber nicht entscheidend	Begabung als schwammiges Konzept nicht entscheidend		
SFZ 05 I 09	13	theoretisch an alle gerichtet	Offen für alle (Breite)	Offen für alle, Interesse kann geweckt werden	
	13	wenn man es auf begabt zuschneidet, ist es auch für Begabte da	Begabung, Flexibilität des Angebotes	Begabung, Flexibilität des Angebotes	
	13	an jedes Kind gerichtet	Offen für alle (Breite)		
	13	jedes andere Thema nutzen, um Kind für Mathematik zu begeistern	Interesse kann geweckt werden		
	13	schön, wenn Kinder unterschiedliche Stärken einbringen können	Heterogenität, individuelle Stärken		
SAM 01 I 03	15	Schüler, die kein Problem damit haben in ihren Ferien mehrere Stunden mit Mathematik zu verbringen	Opferbereitschaft, intrinsische Motivation, Freiwilligkeit	Freiwilligkeit und intrinsische Motivation, suche nach Herausforderung, positive emotionale Einstellung zum Knobeln	

Proband	Trans-kriptab-satz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
	15	Schüler, die gerne an Matheolympiaden teilnhemen	Regelmäßige Teilnahme an anderen Angeboten, regelmäßige Suche nach Herausforderung, Interesse an Herausforderungen ähnlicher Art wie MO	Interesse an neuen Inhalten, Neugier	
	15	Schüler, die Spaß an Knobelaufgaben haben	intrinsische Motivation, positive emotionale Einstellung (für spezifischen Teilaspekt: Knobeln)		
	15	Schüler, die Jugend-forscht-Projekte machen	hier steckt wahnsinnig viel drin (Forschungsaspekt, Durchhaltevermögen bei Beschäftigung mit Dingen, Neugier,...)		
	15	Schüer mit Interesse an Mathematik, wie sie in der Schule nicht gemacht wird	Interesse an neuem Input, Neugier		
SAM 02 I 05	15	an Schülerinnen und Schüler Klassen 8-12 oder 13 gerichtet, je nach Bundesland	Teilnahme an Klassen-/Altersstufe gebunden	Altersstufe von Maßnahme vorgegeben	
	15	Schüler, die Mathematik gern machen	positive Einstellung, intrinsische Motivation	Freiwilligkeit und intrinsische Motivation	
	15	Schüler, denen Mathematik in der Schule leicht fällt	kognitive Dispositionen, Schulstoff langweilig	kognitive Dispositionen (bedeuten noch kein mathematisches Interesse)	

Proband	Trans-kriptab-satz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
	15	Schüler, die neue Dinge kennen lernen wollen	Neugier	allgemeines Interesse und spezifisches Interesse an neuen Inhalten = Neugier, spezifisches Interesse an Anwendung und mathematischer Forschung	
	15	es gibt Leute denen Mathematik Leicht fällt, sich aber nicht dafür interessieren	kognitive Dispositionen ungleich Interesse		
	15	Schüler, die Spaß an Knobelsachen haben	intrinsische Motivation (für spezifischen Teilaspekt: Knobeln)		
	15	Schüler, die neue Dinge kennenlernen wollen	Neugier		
	15	Schüler, die lernen wollen, wie Mathematik angewendet wird	spezifisches Interesse (Anwendung)		
	15	Schüler, die lernen wollen, wie Mathematische Forschung aussieht	spezifisches Interesse (Forschung)		
	15	Schüler, die sich dafür interessieren	allgemeines Interesse		
	17	Schüler der Klasse 8 bis 12	Teilnahmme an Alterstufe gebunden	Altersstufe von Maßnahme vorgegeben	
	17	Schüler, die Interesse an Mathematik haben	allgemeines Interesse	allgemeines Interesse	
SAM 03 I 06	17	Schüler, die nicht ganz schlecht sind in Mathe	Leistungsstärke	Leistungsstärke	

Proband	Trans-kriptab-satz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
	17	ein Verständnis von Mathematik hilft	kognitive Dispositionen	kognitive Dispositionen	
	17	meiste Teilnehmer in ihrer Klasse Leistungsspitze	Leistungsstärke nicht als Voraussetzung, aber Korrelierend mit Teilnahme an Maßnahme	Offen für alle	
	17	Schüler einbeziehen, die nicht zu Bundesrunden fahren	Öffnung in die Breite		
	17	von drei Themen eines anders, als die anderen	Angebotsvielfalt (innerhalb der Maßnahme Angebote für Teilnehmer mit unterschiedlichen Voraussetzungen?)		
SAM 04 I 07	13	leistungsstärkere Mathematikschüler	Leistungsstärke	Leistungsstärke	
	13	Mathematik, die nicht jeder versteht	kognitive Dispositionen	kognitive Dispositionen	
	13	anspruchsvolle Mathematik	kognitive Dispositionen		
SAM 05 I 08	13	an Mathematik interessierte Schüler	allgemeines Interesse	allgemeines Interesse und spezifisches interesse an neuen Inhalten = Neugier, spezifisches Interesse an Anwendung und mathematischer Forschung	
	13	Schüler, die nicht wissen, ob sie an Mathematik interessiert sind	Unentschlossenheit, Meinungsbildung, Interesse kann geweckt werden	offen für alle, Interesse kann geweckt werden (Meinungsbildung)	
	13	in der Schule wird nur gerechnet	falsches/einseitiges Bild von Mathematik	Freiwilligkeit und intrinsische Motivation	

Proband	Transkriptabsatz	Paraphrase	Generalisierung	Fallspezifische Reduktion	Fallübergreifende Reduktion auf Kategorien
	13	Mathe macht in Schule weniger Spaß	Schulstoff langweilig		
	13	Mathe macht in SAM mehr Spaß	intrinsische Motivation, positive Emotionale Einstellung		
	13	Mathematik in SAM anders	Neugier, neuer Input		
	13	Mathematik in SAM theoretischer	neuer Input, abstrakter, anspruchsvoller		
	13	in Sam über Tellerrand hinausgeschaut	Neugier, neuer Input		
	13	für Leute, die Interesse an Mathematik haben	allgemeines Interesse		
	13	für Leute, die nicht wissen, was sie mit Mathematik anfangen sollen	Unentschlossenheit, Meinungsbildung, Interesse kann geweckt werden		
	13	sehen was passiert	Meinungsbildung		

Ehrenwörtliche Erklärung

Hiermit erkläre ich,

- dass mir die Promotionsordnung der Fakultät bekannt ist,
- dass ich die Dissertation selbst angefertigt habe, keine Textabschnitte oder Ergebnisse eines Dritten oder eigene Prüfungsarbeiten ohne Kennzeichnung übernommen und alle von mir benutzten Hilfsmittel, persönliche Mitteilungen und Quellen in meiner Arbeit angegeben habe,
- dass ich die Hilfe eines Promotionsberaters nicht in Anspruch genommen habe und dass Dritte weder unmittelbar noch mittelbar geldwerte Leistungen von mir für Arbeiten erhalten haben, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen,
- dass ich die Dissertation noch nicht als Prüfungsarbeit für eine staatliche oder andere wissenschaftliche Prüfung eingereicht habe.

Bei der Auswahl und Auswertung des Materials sowie bei der Herstellung des Manuskripts haben mich folgende Personen unterstützt:

....

....

Ich habe die gleiche, eine in wesentlichen Teilen ähnliche bzw. eine andere Abhandlung bereits bei einer anderen Hochschule als Dissertation eingereicht: Ja/Nein

Wenn Ja, Name der Hochschule: ....

Ergebnis: ....

Jena, den ....

Unterschrift